

# Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

## Ficha de Trabalho de Matemática

17/05/2012

Trigonometria; Espaço – Outra Visão

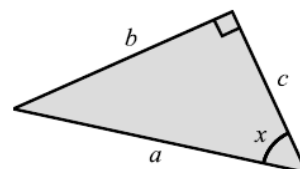
9.º Ano

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Na figura, está representado um triângulo retângulo em que:

- $a$ ,  $b$  e  $c$  são as medidas de comprimento dos seus lados, em centímetros;
- $x$  é a medida da amplitude de um dos seus ângulos agudos, em graus.



Apresentam-se a seguir quatro igualdades. Apenas uma está correta. Qual?

[A]  $\operatorname{sen} x = \frac{b}{a}$

[B]  $\operatorname{sen} x = \frac{a}{b}$

[C]  $\operatorname{sen} x = \frac{b}{c}$

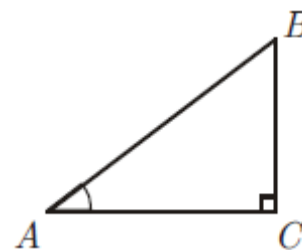
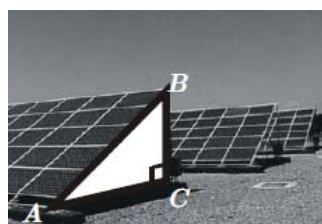
[D]  $\operatorname{sen} c = \frac{c}{a}$

2. A fotografia mostra um conjunto de painéis solares. Numa das estruturas de apoio de um desses painéis, imaginou-se um triângulo retângulo.

A figura é um esquema desse triângulo. O esquema não está desenhado à escala.

Relativamente ao triângulo [ABC], sabe-se que:

- $\overline{AB} = 2,5\text{ m}$  ;
- $\overline{BC} = 1,7\text{ m}$  .



Qual é a amplitude, em graus, do ângulo CAB?  
Escreve o resultado arredondado às unidades.

3. Na figura, estão representados um paralelepípedo [ABCDEFGH] e uma pirâmide [HDPC], sendo P um ponto de [AB].

a) Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A] As retas DP e BC são concorrentes.
- [B] As retas DP e BC são não coplanares.
- [C] As retas AB e HG são concorrentes.
- [D] As retas AB e HG são não coplanares.

b) Admite que:

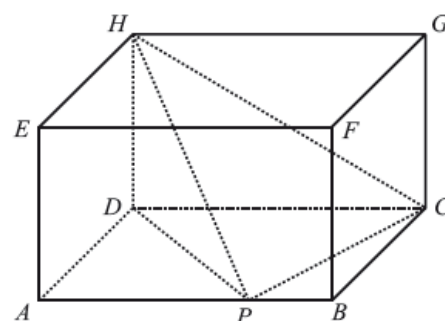
- $\overline{DP} = 5\text{ cm}$  ;
- $\widehat{DPH} = 32^\circ$  .

Determina a área do triângulo [DPH].

Apresenta o resultado em centímetros quadrados, arredondado às décimas.

c) Admite agora que o volume da pirâmide [HDPC] é igual a  $10\text{ cm}^3$  .

Qual é o volume, em  $\text{cm}^3$  , do paralelepípedo [ABCDEFGH] ?



4. Na figura está representado o prisma triangular [ABCDEF].  
Sabe-se que:

- O quadrilátero [BCDE] é um quadrado;
- O triângulo [ABC] é retângulo em A.

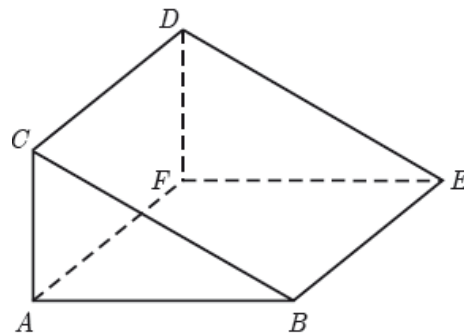
a) Usa as letras da figura para identificares duas retas que sejam concorrentes não perpendiculares.

b) Admite agora que:

- $\overline{AC} = 8\text{ cm}$
- $\widehat{CBA} = 30^\circ$

Determina a área do triângulo [ABC].

Apresenta o resultado em centímetros quadrados, arredondado às unidades.



5. Na figura, está representada uma circunferência de centro O, na qual está inscrito um retângulo [ABCD]. A figura não está desenhada à escala.

Sabe-se que:

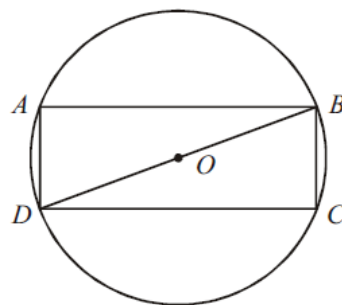
- $\widehat{BDA} = 70^\circ$  ;
- $\overline{AB} = 4,35\text{ cm}$  .

a) Qual é a amplitude, em graus, do arco AB?

b) Quantos eixos de simetria tem o retângulo [ABCD]?

c) Qual é o comprimento, em centímetros, do diâmetro [BD] da circunferência?

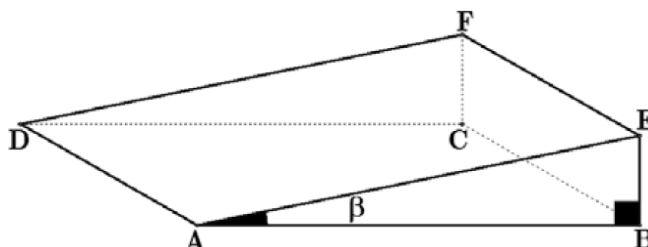
Apresenta os cálculos que efetuaste e escreve o resultado arredondado às centésimas.



6. Uma rampa de pedra, cujo modelo geométrico é um prisma em que as faces laterais são retângulos e as bases são triângulos retângulos, está representado na figura.

Sabe-se que, nesse prisma de bases triangulares:

- $\overline{AB} = 300\text{ cm}$  ;
- $\overline{BC} = 250\text{ cm}$  ;
- $\overline{BE} = 42\text{ cm}$  .



a) Em relação à figura, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- [A] O plano que contém a face [ABE] é perpendicular ao plano que contém a face [AEFD].
- [B] O plano que contém a face [ABE] é paralelo ao plano que contém a face [AEFD].
- [C] O plano que contém a face [ABE] é oblíquo ao plano que contém a face [AEFD].
- [D] O plano que contém a face [ABE] é coincidente com o plano que contém a face [AEFD].

b) Calcula a amplitude, em graus, do ângulo  $\beta$  .

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

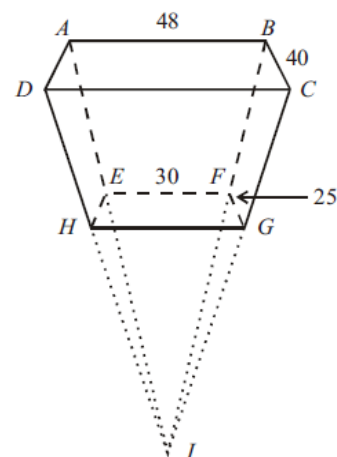
c) Determina o volume do prisma representado na figura.

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve a unidade de medida.

7. A figura representa um modelo geométrico de um comedouro de um camelo. Este modelo não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- $[ABCDI]$  é uma pirâmide reta de base retangular;
- $[ABCDEFGH]$  é um tronco de pirâmide de bases retangulares e paralelas.



- a) Qual é a posição da reta AI relativamente ao plano EFG?

- [A] Concorrente perpendicular.
- [B] Concorrente oblíqua.
- [C] Estritamente paralela.
- [D] Contida no plano.

- b) Determina o volume, em  $\text{cm}^3$ , do tronco de pirâmide representado na figura, sabendo que:

- $\overline{AB} = 48\text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 40\text{ cm}$ ,  $\overline{EF} = 30\text{ cm}$  e  $\overline{FG} = 25\text{ cm}$ ;
- A altura da pirâmide  $[ABCDI]$  é  $80\text{ cm}$ , e a altura do tronco de pirâmide é  $30\text{ cm}$ .

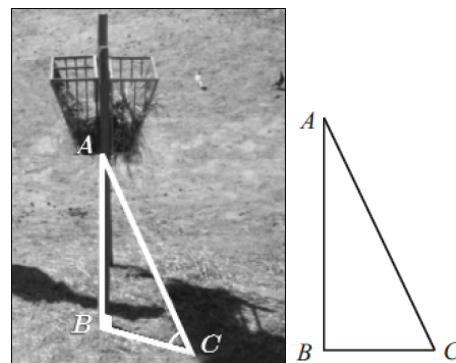
- c) Imaginou-se um triângulo  $[ABC]$ , em que o cateto  $[AB]$  representa o suporte de comedouro e o cateto  $[BC]$  a sombra desse suporte.

Na figura está um esquema desse triângulo. O esquema não está desenhado à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 1,26\text{ m}$ ;
- $\overline{BC} = 0,6\text{ m}$ .

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo ACB?  
Escreve o resultado arredondado às unidades.

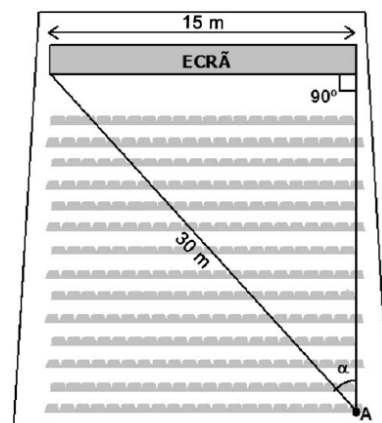


8. A figura representa uma sala de cinema. O João sentou-se no último lugar da última fila, assinalado, na figura, pelo ponto A. O ângulo de vértice A é o seu ângulo de visão para o ecrã.

No cinema, as pessoas que se sentam no lugar em que o João está sentado devem ter um ângulo de visão de, **pelo menos,  $26^\circ$** , sendo o ideal  $36^\circ$ , para que possam ter uma visão clara do filme.

Tendo em atenção as medidas indicadas na figura, determina a amplitude do ângulo de visão do lugar do João.

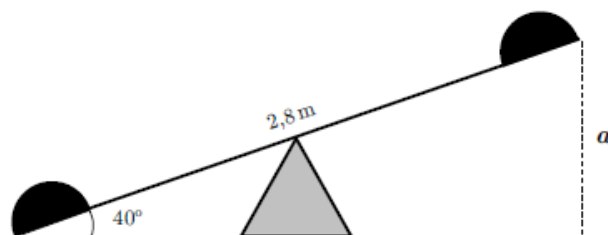
Na tua resposta, apresenta os cálculos que efetuaste e explica se a amplitude obtida permite uma visão clara do filme.



9. No jardim da família Coelho, encontra-se um balancé, com uma trave de  $2,8\text{ m}$  de comprimento, como o representado na figura.

Quando uma das cadeiras está em baixo, a trave do balancé forma um ângulo de  $40^\circ$  com o solo, tal como é mostrado na figura.

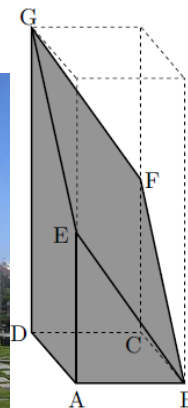
Determina, em metros, a altura máxima,  $a$ , a que a outra cadeira pode estar.



Apresenta os cálculos que efetuaste e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

10. Considera a fotografia de um monumento situado no centro de uma cidade. Todos os blocos desse monumento resultam do corte de um prisma quadrangular reto.

A figura representa o modelo geométrico de um dos blocos do mesmo monumento.



- a) Em relação à figura, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- [A] A reta EG é paralela ao plano que contém a face [ABCD].
- [B] A reta EG é perpendicular ao plano que contém a face [ABCD].
- [C] A reta FB é paralela ao plano que contém a face [ADGE].
- [D] A reta FB é perpendicular ao plano que contém a face [ADGE].

- b) Na figura, sabe-se que:

- $\overline{AB} = 2\text{ m}$  ;
- $\widehat{AEB} = 35^\circ$  .

Qual é, em metros, a medida do comprimento de [EB]?

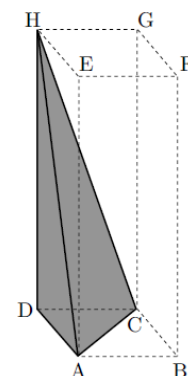
Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

- c) No sólido representado na figura ao lado, sabe-se que:

- [ABCDEFGH] é um prisma quadrangular reto;
- $\overline{DA} = \overline{DC} = 2\text{ m}$  ;
- $\overline{DH} = 5\text{ m}$  .

Qual é, em metros cúbicos, a o volume da pirâmide triangular sombreada?

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

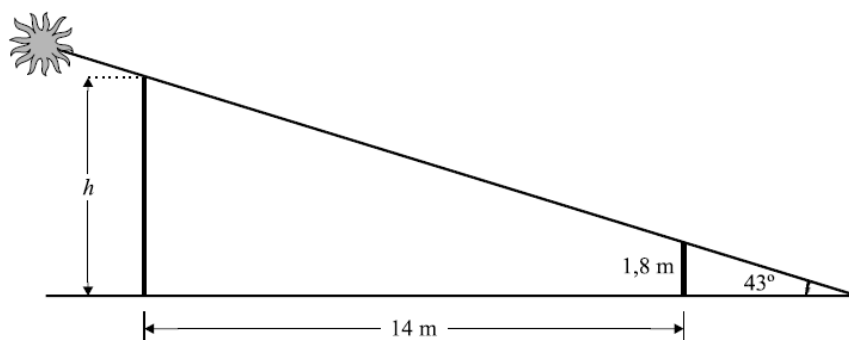


11. Para determinar a altura ( $h$ ) de uma antena cilíndrica, o Paulo aplicou o que aprendeu nas aulas de Matemática, porque não conseguia chegar ao ponto mais alto dessa antena.

No momento em que a amplitude do ângulo que os raios solares faziam com o chão era de  $43^\circ$  , parte da sombra da antena estava projetada sobre um terreno irregular e, por isso, não podia ser medida.

Nesse instante, o Paulo colocou uma vara perpendicularmente ao chão, de forma que as extremidades das sombras da vara e da antena coincidissem. A vara, com  $1,8\text{ m}$  de altura, estava a  $14\text{ m}$  de distância da antena.

Na figura que se segue, que não está desenhada à escala, podes ver um esquema que pretende ilustrar a situação descrita.



Qual é a altura ( $h$ ) da antena ?

Na tua resposta, indica o resultado arredondado às unidades e a unidade de medida.

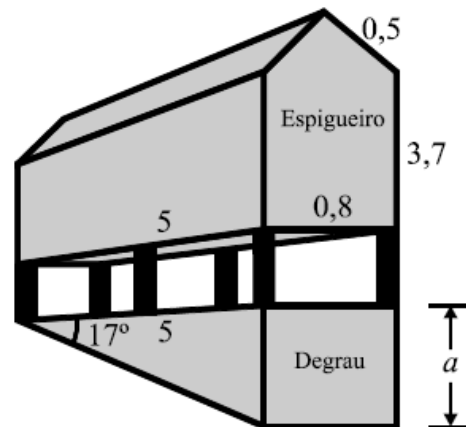
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Os espigueiros são construções que servem para guardar cereais, ao mesmo tempo que os protegem da humidade e dos roedores. Por isso, são construídos sobre estacas (pés do espigueiro), de forma que não estejam em contacto directo com o solo.

Se o terreno for inclinado, os pés do espigueiro assentam num *degrau*, para que o espigueiro fique na horizontal.

A figura é um esquema de um espigueiro. Neste esquema, estão também representados os seis pés do espigueiro, bem como o *degrau* no qual eles assentam.

O esquema não está desenhado à escala. As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros.



- a) O *degrau* onde assentam os pés do espigueiro é um prisma triangular reto. As duas bases deste prisma são triângulos retângulos.

Determina (em metros) a altura,  $a$ , do *degrau*.

Apresenta todos os cálculos que efetuares e indica o resultado, arredondado às décimas.

- b) O espigueiro é um prisma pentagonal reto, cujas bases são pentágonos não regulares. Cada pentágono pode ser decomposto num retângulo e num triângulo isósceles.

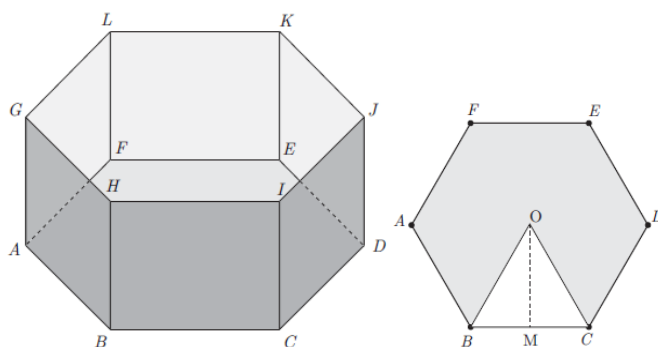
Determina (em metros cúbicos) o volume do espigueiro.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

13. Na figura está representado um esquema da piscina que a mãe da Marta comprou para colocar no jardim, bem como um esquema da base da piscina.

Sabe-se que:

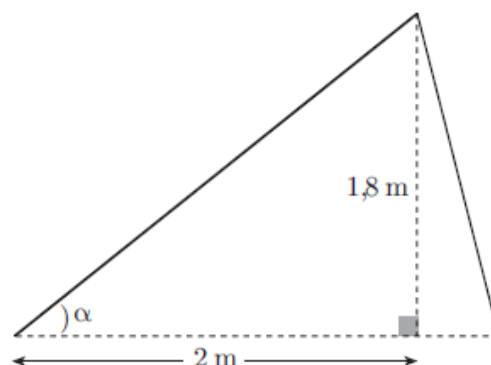
- $[ABCDEFGH I J K L]$  é um prisma regular;
- $\overline{BH} = 1,5 m$ ;
- $[ABCDEF]$  é um hexágono;
- $\overline{BC} = 2 m$ ;
- $\overline{OM} = \sqrt{3} m$ .



- a) Calcula, em metros cúbicos, a capacidade da piscina.

Apresenta todos os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

- b) A mãe da Marta vai colocar dentro da piscina um escorrega. A figura representa um esquema do escorrega.

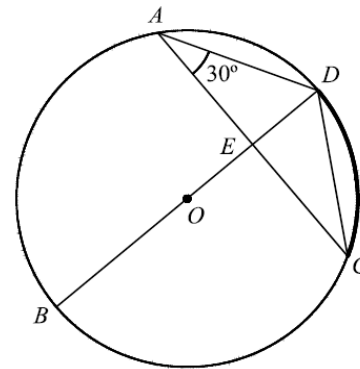


Qual é, em graus, a amplitude do ângulo  $\alpha$ ?

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondados às unidades.

14. Na figura, está representada uma circunferência, de centro O, em que:

- A, B, C e D são pontos da circunferência;
- o segmento de reta [BD] é um diâmetro;
- E é o ponto de intersecção das retas BD e AC;
- o triângulo [ADE] é retângulo em E;
- $\widehat{CAD} = 30^\circ$ .

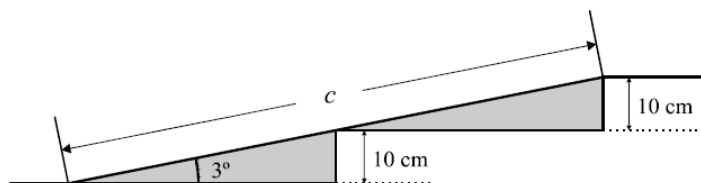


a) Qual é a amplitude, em graus, do arco menor CD?

b) Sabendo que  $\overline{AD} = 5$ , determina  $\overline{ED}$ .  
Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. O acesso a uma das entradas da escola da Rita é feito por uma escada de dois degraus iguais, cada um deles com 10 cm de altura. Com o objetivo de facilitar a entrada na escola a pessoas com mobilidade condicionada, foi construída uma rampa.

Para respeitar a legislação em vigor, esta rampa foi construída de modo a fazer com o solo um ângulo de  $3^\circ$ , como se pode ver no esquema (o esquema não está à escala).



Determina, em metros, o comprimento,  $c$ , da rampa.

Indica o resultado arredondado às décimas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

16. Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1). Como se pode observar no esquema (figura 2):

- A altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- O raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.

Mostra que:

O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

**Nota:** designa por  $r$  o raio da esfera.

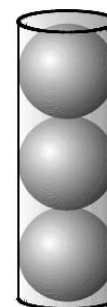


Figura 1

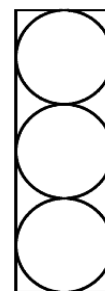


Figura 2

## Soluções

| 1 | 2                                | 3                                  | 4                                 | 5                                       | 6                          | 7                                | 8                   |
|---|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------|----------------------------------|---------------------|
| A | $\widehat{BAC} \approx 43^\circ$ | A                                  | Por exemplo, as retas AB e BC.    | $\widehat{AB} = 140^\circ$              | A                          | B                                | $\alpha = 30^\circ$ |
|   |                                  | $A_{DPH} \approx 7,8 \text{ cm}^2$ | $A_{ABC} \approx 55 \text{ cm}^2$ | Dois eixos de simetria.                 | $\beta \approx 8^\circ$    | $V = 38700 \text{ cm}^3$         |                     |
|   |                                  | $V_{Prisma} = 60 \text{ cm}^3$     |                                   | $\overline{BD} \approx 4,63 \text{ cm}$ | $V = 1575000 \text{ cm}^3$ | $\widehat{ACB} \approx 65^\circ$ |                     |

| 9                         | 10                                  | 11                       | 12                        | 13                           | 14                        | 15                        | 16 |
|---------------------------|-------------------------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------------|----|
| $a \approx 1,8 \text{ m}$ | C                                   | $h \approx 15 \text{ m}$ | $a \approx 1,5 \text{ m}$ | $V \approx 15,6 \text{ m}^3$ | $\widehat{CD} = 60^\circ$ | $c \approx 3,8 \text{ m}$ |    |
|                           | $\overline{EB} \approx 3 \text{ m}$ |                          | $V = 15,4 \text{ m}^3$    | $\alpha \approx 42^\circ$    | $\overline{ED} = 2,5$     |                           |    |
|                           | $V_S = 3,3 \text{ m}^3$             |                          |                           |                              |                           |                           |    |