Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

28/05/2002 **Turma C** **9.º Ano**

Nome: ______________________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1.ª Parte

1.

*Resposta **[D]**. (Porquê?)*

2.

*Resposta **[C]**. (Porquê?)*

3.

*Resposta **[C]**. (Porquê?)*

4.

*Resposta **[A]**. (Porquê?)*

2.ª Parte

1.

Consideremos em primeiro lugar a extracção com reposição da primeira bola.

Construída a tabela de dupla entrada, verificamos haver 16 casos possíveis e apenas 6 casos favoráveis (a sublinhado na tabela). Logo, a probabilidade pedida é $p = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

1.ª \ 2.ª	A	V_1	V_2	V_3
A	A A	<u>A V_1</u>	<u>A V_2</u>	<u>A V_3</u>
V_1	<u>V_1 A</u>	V_1 V_1	V_1 V_2	V_1 V_3
V_2	<u>V_2 A</u>	V_2 V_1	V_2 V_2	V_2 V_3
V_3	<u>V_3 A</u>	V_3 V_1	V_3 V_2	V_3 V_3

Consideremos agora a extracção sem reposição da primeira bola extraída.

Observando a tabela, apercebemo-nos que agora não são acontecimentos possíveis os constantes na diagonal principal da tabela (de cima para baixo, da esquerda para a direita) [Porquê?].

Assim, sem reposição da primeira bola, verificamos haver apenas 12 casos possíveis, permanecendo os 6 favoráveis. Logo, a probabilidade agora é $p = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

2.

O Sr. Ismael não tem razão, pois, ainda que o volume diminua quando o tempo aumenta, o produto dos valores correspondentes dessas grandezas não é constante. Com efeito: $10 \times 0 = 0$, $10 \times 6 = 60$, $30 \times 1{,}5 = 45$ *(por exemplo).*

3.

a)

Designado por x e y, respectivamente, o número de roseiras brancas e o número de roseiras amarelas, temos:

$$\begin{cases} x = y + 32 \\ 5x + 6y = 424 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x = y + 32 \\ 5x + 6y = 424 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 32 \\ 5 \times (y + 32) + 6y = 424 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 32 \\ 5y + 160 + 6y = 424 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 32 \\ 11y = 264 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 56 \end{cases}$$

Portanto, «vendi» 80 roseiras.

4.

a)

$$-4(x-1)\le 0 \quad \wedge \quad \underset{(2)}{\frac{x}{3}}-\underset{(3)}{\frac{x+4}{2}}<\underset{(6)}{1} \Leftrightarrow -4x+4\le 0 \quad \wedge \quad 2x-3x-12<6$$

$$\Leftrightarrow -4x\le -4 \quad \wedge \quad -x<18$$

$$\Leftrightarrow x\ge 1 \quad \wedge \quad x>-18$$

$$\Leftrightarrow x\ge 1$$

Logo, $S=[1,+\infty[$.

b)

$$x^2-16=3(x-4) \Leftrightarrow (x+4)(x-4)-3(x-4)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)[(x+4)-3]=0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x-4=0 \quad \vee \quad x+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=4 \quad \vee \quad x=-1$$

Logo, $S=\{-1,4\}$.

5.

a)

Como [AD] e [EC] são diâmetros, os ângulos ACD e CDE são ângulos inscritos em semicircunferências. Logo, os ângulos são rectos e, portanto, esses triângulos são rectângulos.

Os triângulos considerados são geometricamente iguais, pois têm 3 lados iguais, cada um a cada um:

- $[EC]\cong[DA]$, *pois são diâmetros da mesma circunferência;*
- $[CD]$ *é lado comum aos dois triângulos;*
- $[DE]\cong[AC]$, *pois numa circunferência a ângulos ao centro iguais correspondem cordas iguais (nota que os ângulos AOC e DOE são geometricamente iguais, visto serem verticalmente opostos).*

b)

Como AB é tangente à circunferência em A, o ângulo OAB é recto. Assim, $C\hat{A}B=O\hat{A}B-O\hat{A}C=90º-60º=30º$.

Como o ângulo inscrito CAD compreende o arco CD entre os seus lados, então $\frac{\overset{\frown}{CD}}{2}=C\hat{A}D \Leftrightarrow \frac{\overset{\frown}{CD}}{2}=60º$. *Logo,* $\overset{\frown}{CD}=120º$.

Considerando que o ângulo AOC é um ângulo ao centro, temos $A\hat{O}C=\overset{\frown}{CA}=D\overset{\frown}{C}A-\overset{\frown}{DC}=180º-120º=60º$.

c)

Como o triângulo [ACD] é rectângulo,

$$\cos 60º=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}. \text{ Logo, } \overline{AC}=\overline{AD}\times\cos 60º=4\times\frac{1}{2}=2$$

$$sen\ 60º=\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}. \text{ Logo, } \overline{DC}=\overline{AD}\times sen\ 60º=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

Assim, o perímetro do triângulo é $P=4+2+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$ *cm e a área é* $A=\frac{2\times 2\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ *cm²*.

6.

a)

Tendo em consideração a FFT, temos:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2+sen^2\alpha=1 \Leftrightarrow sen^2\alpha=1-\frac{9}{25} \Leftrightarrow sen^2\alpha=\frac{16}{25}$$

Como α *é a amplitude de um ângulo agudo, então* $sen\ \alpha$ *é positivo.*

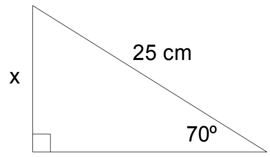
Logo, $sen\ \alpha=+\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$.

b)

Como $tg\ \alpha = \dfrac{sen\ \alpha}{\cos\alpha}$, *vem:* $\dfrac{4}{3} \times tg\ \alpha + 5 \times sen\ \alpha = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} + 5 \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{4}{3} + 4 = \dfrac{16}{9} + 4 = \dfrac{52}{9}$.

7.

As diagonais do losango dividem-no em quatro triângulos rectângulos iguais. Consideremos um desses triângulos.



Ora, $sen\ 70º = \dfrac{x}{25}$. *Logo,* $x = 25 \times sen\ 70º$.

Assim, $d = 2x + 3 = 2 \times (25 \times sen\ 70º) + 3 = 50 \times sen\ 70º + 3 \approx 50{,}0$

O ponto A encontra-se aproximadamente a 50 cm do solo.

8.

Comecemos por exprimir a área do parque (P), a área não ajardinada (N) e a área ajardinada (J) em função de x.

Ora, $P(x) = (2x+3)^2$ *e* $N(x) = x^2 + 4 + 4$. *Logo,* $J(x) = (2x+3)^2 - (x^2+8)$.

Assim, temos:

$$\begin{aligned}
(2x+3)^2 - (x^2+8) = 136 \quad &\Leftrightarrow \quad 4x^2 + 12x + 9 - x^2 - 8 = 136 \\
&\Leftrightarrow \quad 3x^2 + 12x - 135 = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x - 45 = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \times 1 \times 45}}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad x = \frac{-4 \pm 14}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad x = 5 \ \vee \ x = -9
\end{aligned}$$

A solução negativa da equação não faz sentido no contexto do problema.

Portanto, o parque tem 13 dam de lado ($2 \times 5 + 3 = 13$ *).*

FIM

O Professor