

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

12/03/2002

Turma C

9.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

1. Resposta [D]. (Porquê?)

2. Resposta [A]. (Porquê?)

3. Resposta [B]. (Porquê?)

Como a média das alturas desses quatro jogadores é 1,75 metros, então a soma das alturas desses mesmos quatro jogadores é 7 metros.

4. Resposta [C]. (Porquê?)

2.ª Parte

1. Construída a tabela de dupla entrada, constatamos haver dois resultados favoráveis (AA e BB) em 6 resultados possíveis. Portanto, a probabilidade de aparecerem as duas na escola com camisolas da mesma cor é de $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

		Inês		
		A	B	V
Catarina	A	AA	AB	AV
	B	BA	BB	BV

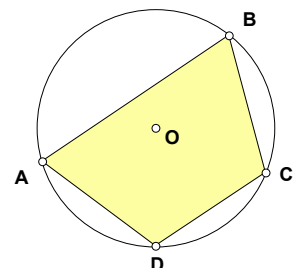
2. a) De acordo com o enunciado da Lei de Boyle-Mariotte, a relação entre as variáveis P e V é da forma $P \times V = k$, com k constante. Como a constante de proporcionalidade é 24, então a relação entre as variáveis é $P \times V = 24$. O gráfico que traduz essa relação é o gráfico da esquerda, pois aí é manifesto ser igual a 24 o produto dos valores correspondentes dessas duas variáveis. (O gráfico da direita traduz uma relação de proporcionalidade directa)

b) Para $V = 1,5$, temos $P \times 1,5 = 24 \Leftrightarrow P = \frac{24}{1,5} \Leftrightarrow P = 16$.
Essa massa de gás, quando ocupa o volume de 1, 5 litros, suporta uma pressão de 16 atmosferas.

3.
$$\begin{cases} 1 - \frac{1-x}{3} \geq \frac{x}{6} \\ -3(x-1) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2 + 2x \geq x \\ -3x + 3 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ -3x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

Portanto, $S = \left] \frac{1}{3}, +\infty \right[$.

4. Seja [ABCD] um trapézio, onde $[AB] \parallel [CD]$ e A, B, C e D são pontos de uma circunferência de centro O. (Ver figura)
Ora, como as cordas [AB] e [CD] (da mesma circunferência) são paralelas, então compreendem entre si arcos e cordas geometricamente iguais. Isto é, $\text{arco } BC \cong \text{arco } AD$ e $[BC] \cong [AD]$.
Portanto, sendo $[BC] \cong [AD]$, o trapézio [ABCD] inscrito numa circunferência é isósceles, pois são geometricamente iguais os lados não paralelos.



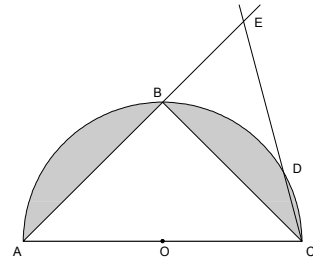
5.

a)

Designando as amplitudes (em graus) dos arcos BD e CD , respectivamente, por x e y , temos:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y + y = 90 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 90 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 60 \end{cases}$$

Portanto, $\widehat{BD} = 60^\circ$ e $\widehat{CD} = 30^\circ$.



b)

Como o triângulo $[ABC]$ está inscrito numa semicircunferência, ele é rectângulo em B . Consequentemente, também é rectângulo em B o triângulo $[BCE]$.

$$\text{Assim, } \widehat{AEC} = 180^\circ - (\widehat{CBE} + \widehat{BCE}) = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\widehat{BD}}{2} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

Neste cálculo foram usados os seguintes conhecimentos:

- Num triângulo, a soma das amplitudes dos seus ângulos internos é de 180° ;
- A amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência é metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.

c)

Como $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, então $\overline{AB} = \overline{BC}$. Logo, o triângulo $[ABC]$ é rectângulo isósceles. Assim, a altura em relação à sua hipotenusa (segmento de recta $[BO]$) divide-o em dois triângulos geometricamente iguais. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo $[AOB]$, vem:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AO}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Logo, o triângulo $[ABC]$ tem de perímetro $P = \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = 8 + \sqrt{32} + \sqrt{32} = 8 + 2\sqrt{32}$ cm. ($8 + 8\sqrt{2}$ cm)

d)

Considerando que a área pretendida é a diferença entre a área do semi-círculo e a área do triângulo $[ABC]$,

$$\text{vem: } A = \frac{\pi \times 4^2}{2} - \frac{8 \times 4}{2} = 8\pi - 16. \text{ Logo, a área da superfície sombreada é } (8\pi - 16) \text{ cm}^2.$$

Como $3,141 < \pi < 3,142$, temos sucessivamente:

$$3,141 \times 8 < 8\pi < 3,142 \times 8$$

$$25,128 < 8\pi < 25,136$$

$$25,128 - 16 < 8\pi - 16 < 25,136 - 16$$

$$9,128 < A < 9,136$$

$$\text{Portanto, } 9,128 \text{ cm}^2 < A < 9,136 \text{ cm}^2.$$

6.

a)

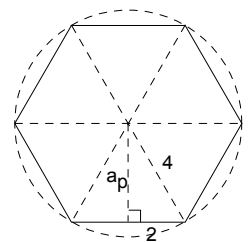
Como a base é um hexágono regular, o seu lado é igual ao raio da circunferência que o circunscreve, visto o hexágono regular ser decomponível em 6 triângulos equiláteros geometricamente iguais.

Por aplicação do teorema de Pitágoras, determinemos a medida do apótema da base:

$$a_p^2 = 4^2 - 2^2 \Leftrightarrow a_p^2 = 12. \text{ Logo, } a_p = \sqrt{12}.$$

$$\text{Assim, a área da base do prisma é: } A_b = 6 \times \frac{4 \times \sqrt{12}}{2} = 12\sqrt{12} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Logo, o volume do sólido é: } V = 12\sqrt{12} \times 12 = 144\sqrt{12} \text{ cm}^3.$$



b)

$$\text{E a área da superfície total é: } A = 2 \times (12 \times \sqrt{12}) + 6 \times (4 \times 12) = 24\sqrt{12} + 288 \text{ cm}^2.$$

7.

$$(-1 + 2\sqrt{5})^2 - \frac{\sqrt{5}}{2} = (-1)^2 - 2 \times 1 \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 - \frac{\sqrt{5}}{2} = 1 - 4\sqrt{5} + 4 \times 5 - \frac{\sqrt{5}}{2} = 21 - \frac{9\sqrt{5}}{2}.$$