Escola Secundária da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Global de Matemática

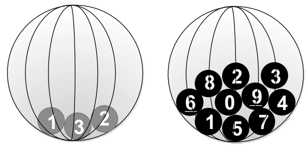
9.º Ano Turma A **Ano Lectivo de 1996/97** **Duração: 50 min**

1.ª Parte

1. O número premiado será um dos números 10, 11, 12, ..., 38, 39. Logo, os casos possíveis são 30. Os casos favoráveis são 9 (21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 e 29).

A probabilidade pedida é $P = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 30\%$.

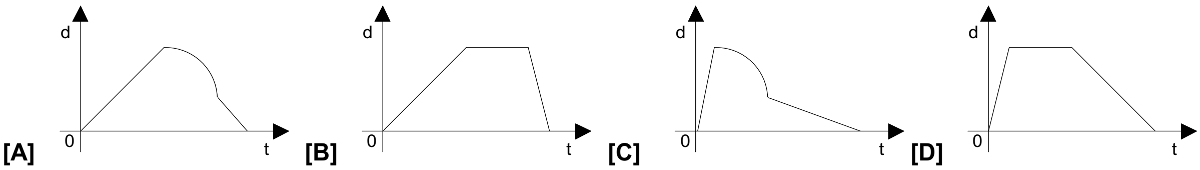
A resposta correcta é a **B**.



A (dezenas) **B** (unidades)

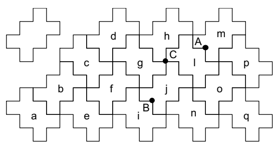
2. Quando o cão, sempre com a corda esticada, descreveu um arco de circunferência em torno do banco, a distância ao banco permaneceu constante. Logo, os gráficos **A** e **C** não apresentam o passeio do cão.
Considerando a 1.ª e 3.ª frases relativas à descrição do passeio, é de eliminar o gráfico **B**, pois o tempo de ida foi superior ao de vinda.

Assim, a resposta correcta é a **D**.



3. A resposta **A** é incorrecta, pois se $x = 2$ virá $y = 3$ (p. e.).
O gráfico de ***g*** é uma recta que passa no ponto (0, 1), pois estas coordenadas verificam a equação $y = x + 1$. Logo, as respostas **C** e **D** também são incorrectas.
As coordenadas dos pontos referidos verificam a equação $y = x + 1$: $-3 = -4 + 1$ e $-2 = -1 + 1$.

Assim, a resposta correcta é a **B**



4. A resposta correcta é a **C**, pois:

O transformado do motivo **h** *pela translação associada ao vector* $\overrightarrow{AB}$ *é o motivo* __f__.
O transformado do motivo **h** *pela simetria axial de eixo AB é o motivo* __o__.
O transformado do motivo **h** *pela rotação de centro C e amplitude +90º é o motivo* __g__.

2.ª Parte

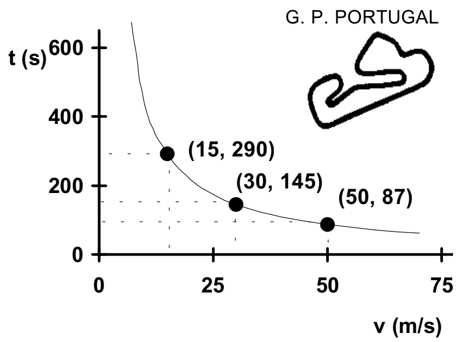
1.

a) As grandezas ***t*** e ***v*** são inversamente proporcionais, pois é constante o produto dos valores correspondentes dessas grandezas.
A constante de proporcionalidade é $k = 15 \times 290 = 30 \times 145 = 50 \times 78 = ... = 4350$. Nesta situação, a constante de proporcionalidade representa o comprimento do circuito, que é de 4.350 metros.

a) Ora, t = 1 m 22,4 s = 82, 4 s.
Como as grandezas são inversamente proporcionais, é $v.t = 4350$, donde

$$v \times 82{,}4 = 4350 \Leftrightarrow v = \frac{4350}{82{,}4} \Leftrightarrow v = 52{,}79 \text{ (2 c. d.).}$$

Essa volta foi realizada à velocidade média de 52,79 m/s.



Reduzindo-a a km/h, temos:

$52{,}79 \text{ m} = 52{,}79 \times 10^{-3} \text{ Km}$ e $1 \text{ s} = \frac{1}{3600}$ h.

Logo, $v = 52{,}79 \times \frac{10^{-3}}{\frac{1}{3600}} = 52{,}79 \times 3600 \times 10^{-3} = 190$ (0 c. d.).

Essa volta foi realizada à velocidade média de 190 Km/h aproximadamente.

2.

a)

$$1-2(x-\frac{1}{2})<x-\frac{x-3}{3} \Leftrightarrow 1-2x+1<x-\frac{x-3}{3}$$
$$\Leftrightarrow 3-6x+3<3x-x+3$$
$$\Leftrightarrow -8x<-3$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{3}{8}$$

Logo, $A=\left]\frac{3}{8},\ +\infty\right[$.

b)

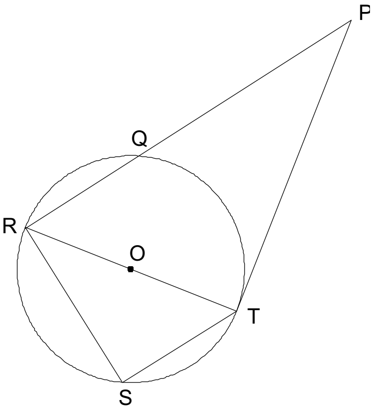
$$3x-x^2=2 \Leftrightarrow -x^2+3x-2=0$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times(-1)\times(-2)}}{2\times(-1)}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{-2}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm 1}{-2}$$
$$\Leftrightarrow x=2 \ \vee\ x=1$$

3.

a)

$$\begin{cases} RQ+QT=180^\circ \\ RQ=\frac{2}{3}QT \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}QT+QT=180^\circ \\ ---- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2QT+3QT=540^\circ \\ ---- \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5QT=540^\circ \\ ---- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} QT=\frac{540^\circ}{5} \\ RQ=\frac{2}{3}\times 108^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} QT=108^\circ \\ RQ=72^\circ \end{cases}$$



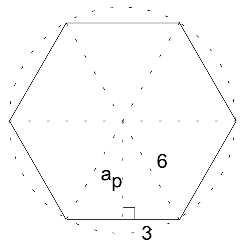
b) Como uma recta tangente à circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência, então o ângulo PTR é um ângulo recto. Assim, o triângulo [PRT] é um triângulo rectângulo.

c) $P\hat{R}T=\frac{QT}{2}=\frac{108^\circ}{2}=54^\circ$, pois o ângulo PRT é um ângulo inscrito num arco de circunferência.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, será $R\hat{P}T=180^\circ-90^\circ-54^\circ=36^\circ$.

d) O triângulo [RST] é também rectângulo, pois o ângulo RST é um ângulo inscrito numa semicircunferência.
Como as cordas [RQ] e [ST] são paralelas, então os ângulos PRT e STR são geometricamente iguais, pois são ângulos de lados inversamente paralelos.
Assim, os triângulos considerados são semelhantes, pois possuem dois ângulos correspondentes iguais.

A.



a) Como a base é um hexágono regular, o seu lado é igual ao raio da circunferência que o circunscreve.

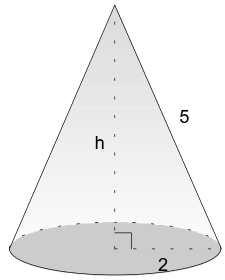
Por aplicação do teorema de Pitágoras, determinemos a medida do apótema da base:
$a_p{}^2=6^2-3^2 \Leftrightarrow a_p{}^2=27$. Logo, $a_p=\sqrt{27}=\sqrt{9}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

Assim, a área da base da torre é: $A_b=6\times\frac{6\times 3\sqrt{3}}{2}=54\sqrt{3}$ m^2.

b) O volume disponível sob o telhado é correspondente ao da pirâmide hexagonal regular.
Assim, sendo o volume da pirâmide dado por $V=\frac{1}{3}\times A_b\times h$, temos $V=\frac{1}{3}\times 54\sqrt{3}\times 4=72\sqrt{3}$.

Como $1{,}73<\sqrt{3}<1{,}74$, então $72\times 1{,}73<V<72\times 1{,}74$, donde $124{,}56<V<125{,}28$ (metros cúbicos).

B.



a) Aplicando o teorema de Pitágoras, determinemos a altura do cone:

$h^2=5^2-2^2 \Leftrightarrow h^2=21$. Logo, $h=\sqrt{21}$.

Assim, o volume do cone é $V=\frac{1}{3}\times A_b\times h=\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times\sqrt{21}=19{,}2$ (1 c. d.) cm^3.

b) A área da base é $A_b=\pi\times 2^2=4\pi$.
A área da superfície lateral (sector circular) é proporcional ao perímetro da base. Assim,

$$\frac{\pi\times 5^2}{2\times\pi\times 5}=\frac{A_l}{2\times\pi\times 2} \Leftrightarrow A_l=\frac{25\pi\times 4\pi}{10\pi} \Leftrightarrow A_l=10\pi.$$

Logo, a área da superfície total é $A=4\pi+10\pi=14\pi$ centímetros quadrados.

Como $3{,}14159<\pi<3{,}14160$, então $14\times 3{,}14159<A_l<14\times{,}3{,}14160$, donde $43{,}98226<A_l<43{,}9824$ (cm^2).

FIM