

Escola Secundária da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Global de Matemática

9.º Ano - Prova de Reserva

Ano Lectivo de 1996/97

Duração: 50 min

1.ª Parte

1.

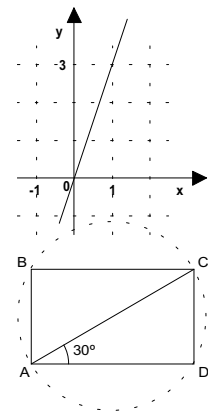
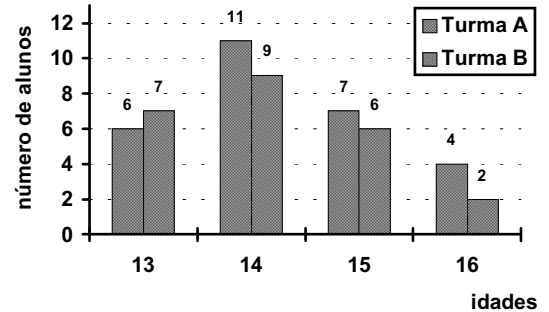
a) $\bar{x}_A = \frac{6 \times 13 + 11 \times 14 + 7 \times 15 + 4 \times 16}{6 + 11 + 7 + 4} = 14,32$ (2 c. d.).

A resposta correcta é a **C**.

b)

Probabilidade				
Turma	13	14	15	16
A	$\frac{6}{28} = 0,214$	$\frac{11}{28} = 0,393$	$\frac{7}{28} = 0,25$	$\frac{4}{28} = 0,143$
B	$\frac{7}{24} = 0,292$	$\frac{9}{24} = 0,375$	$\frac{6}{24} = 0,25$	$\frac{2}{24} = 0,083$

A resposta correcta é a **C**.



2. O gráfico que traduz uma situação de proporcionalidade directa de razão 3 é aquele que verifica a relação $\frac{y}{x} = 3$.

Assim, a resposta correcta é a **B**.

3. A afirmação IV é falsa, pois a imagem de C nessa isometria é um ponto que não pertence à circunferência. A afirmação III é falsa, pois o transformado do ponto B nessa isometria não é o ponto D. A afirmação II é falsa, pois uma recta tangente a uma circunferência é tangente ao raio no ponto de tangência. A afirmação I é verdadeira, pois $CD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$.

Assim, a resposta correcta é a **A**.

2.ª Parte

1.

a) As grandezas n e t são inversamente proporcionais, pois é constante o produto dos valores correspondentes dessas grandezas. A constante de proporcionalidade é $k = 0,25 \times 12 = 0,5 \times 6 = 1,5 \times 2 = \dots = 3$.
Uma relação matemática entre as variáveis n e t é, por exemplo, $n \times t = 3$.

b) Ora, $t = 40 \text{ m} = 2/3 \text{ h}$.

Como é $n \times t = 3$, então

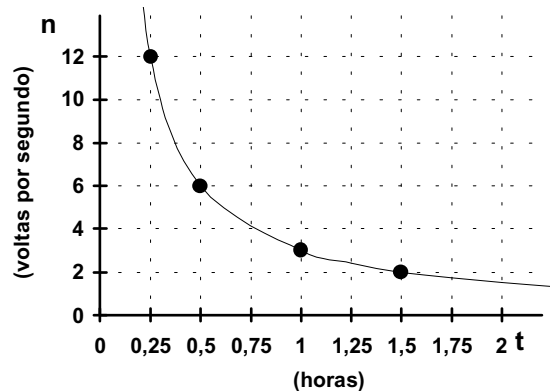
$$n \times \frac{2}{3} = 3 \Leftrightarrow 2n = 9 \Leftrightarrow n = 4,5$$

A média do número de voltas dadas pelas rodas da bicicleta foi de 4,5 voltas por segundo.

Assim, durante o percurso de 40 minutos (40×60 segundos) as rodas deram o seguinte número de voltas:
 $N = 4,5 \times 40 \times 60 = 10800$.

O perímetro da roda da bicicleta é $P = 2 \times \pi \times 25 = 50\pi$ centímetros.

Logo, a distância entre as localidades é $D = 10800 \times 50\pi = 1696460$ (0 c. d.) centímetros, ou seja, aproximadamente 17,0 Km.



2.

a)

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{5} - \frac{1}{2}(x-3) < 3 &\Leftrightarrow \frac{x-1}{5} - \frac{x}{2} + \frac{3}{2} < 3 \\ &\Leftrightarrow 2x-2-5x+15 < 30 \\ &\Leftrightarrow -3x < 17 \\ &\Leftrightarrow x > -\frac{17}{3} \end{aligned}$$

Logo, $A =]-\frac{17}{3}, +\infty[$.

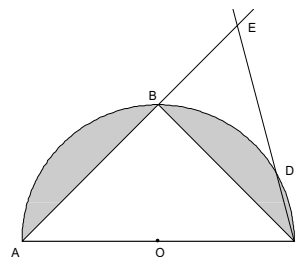
b)

$$\begin{aligned} (x-7)^2 - 2(x-7) = 0 &\Leftrightarrow x^2 - 14x + 49 - 2x + 14 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 16x + 63 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 1 \times 63}}{2} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{4}}{2} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{16-2}{2} \vee x = \frac{16+2}{2} \\ &\Leftrightarrow x = 7 \vee x = 9 \end{aligned}$$

3.

a)

$$\begin{aligned} \begin{cases} BD + DC = 90^\circ \\ BD = 2DC \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2DC + DC = 90^\circ \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3DC = 90^\circ \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} DC = \frac{90^\circ}{3} \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DC = 30^\circ \\ BD = 2 \times 30^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DC = 30^\circ \\ BD = 60^\circ \end{cases} \end{aligned}$$



b) $\widehat{ADC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$, pois o ângulo ADC é um ângulo inscrito num arco de semicircunferência. Logo, o triângulo [ACD] é um triângulo rectângulo.

c) $\widehat{CAE} = \frac{BC}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$ e $\widehat{ACE} = \frac{AD}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$, pois são ângulos inscritos em arcos de circunferência.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° , então $\widehat{AEC} = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$.

d) Como $AB = BC \neq AC$, então $\widehat{AB} = \widehat{BC} \neq \widehat{AC}$, pois a arcos de circunferência geometricamente iguais correspondem cordas geometricamente iguais.

e) Considerando que a superfície sombreada é a diferença entre a superfície do semicírculo e a superfície do triângulo [ABC], temos:

$$A = \frac{\pi \times 4^2}{2} - \frac{8 \times 4}{2} = 8\pi - 16 \text{ (centímetros quadrados).}$$

Como $3,141 < \pi < 3,142$, então $25,128 < 8\pi < 25,136$, donde $9,128 < 8\pi - 16 < 9,136 \text{ (cm}^2\text{)}.$

A. Como a base é um hexágono regular, o seu lado é igual ao raio da circunferência que o circunscreve.

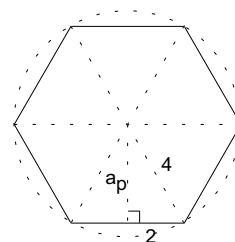
Por aplicação do teorema de Pitágoras, determinemos a medida do apótema da base:

$$a_p^2 = 4^2 - 2^2 \Leftrightarrow a_p^2 = 12. \text{ Logo, } a_p = \sqrt{12} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}.$$

Assim, a área da base do prisma é: $A_b = 6 \times \frac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2.$

Logo, o volume do sólido é: $V = 24\sqrt{3} \times 12 = 288\sqrt{3} = 498,8 \text{ (1 c. d.) cm}^3.$

E a área da superfície total é: $A = 2 \times (24 \times \sqrt{3}) + 6 \times (4 \times 12) = 48\sqrt{3} + 288 = 371,1 \text{ (1 c. d.) cm}^2.$



B. Aplicando o teorema de Pitágoras, determinemos a altura do cone:

$$h^2 = 12^2 - 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 108. \text{ Logo, } h = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}.$$

Assim, o volume do sólido constituído pelo cilindro e pelo cone é:

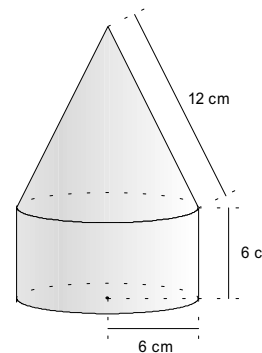
$$V = (\pi \times 6^2 \times 6) + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6\sqrt{3}\right) = 36\pi \times (6 + 2\sqrt{3}) = 1070,4 \text{ (1 c. d.) cm}^3.$$

A área da superfície lateral do cone (sector circular) é proporcional ao perímetro da base.

Assim,

$$\frac{\pi \times 12^2}{2 \times \pi \times 12} = \frac{A_l}{2 \times \pi \times 6} \Leftrightarrow A_l = \frac{12\pi \times 144\pi}{24\pi} \Leftrightarrow A_l = 72\pi.$$

Logo, a área da superfície total do sólido é $A = (\pi \times 6^2) + (2 \times \pi \times 6 \times 6) + (72\pi) = 180\pi = 565,5 \text{ (1 c. d.) cm}^2.$



FIM