Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

20/03/2001 **Turmas C e D** **8.º Ano**

Nome: ______________________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Num festival de música, há 60 sopranos, 40 contraltos e 32 baixos.
Pretende-se distribuir os cantores em grupos de modo que, em cada grupo, haja o mesmo número de sopranos, o mesmo número de contraltos, o mesmo número de baixos.

a) Qual o maior número de grupos que é possível formar?

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ & 1 \end{array}$$

Logo, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ *;*

$40 = 2^3 \times 5$ *e* $32 = 2^5$.

Assim, $m.d.c.(60, 40, 32) = 2^2 = 4$ *.*

Portanto, é quatro o maior número de grupos que é possível formar nessas condições.

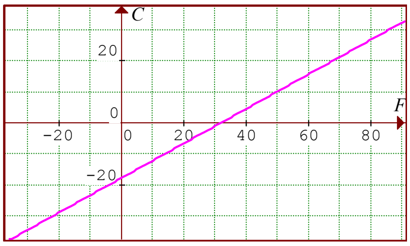
b) Prevê-se que o Jorge, o Vasco e o Tomás cheguem mais tarde para integrar o naipe de baixos. Quantos grupos se poderão formar nas mesmas condições a partir dessa altura.

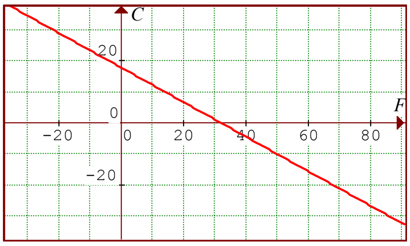
A integração destes 3 novos elementos no naipe de baixos eleva o seu número para 35.

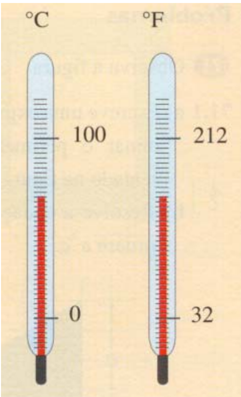
Como $35 = 5 \times 7$ *, teremos agora* $m.d.c.(60, 40, 35) = 5$ *.*

Portanto, a partir dessa altura poderão ser formados 5 grupos nas mesmas condições.

2. A fórmula $C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$ permite converter graus Fahrenheit em graus Celsius.







a) Um dos gráficos indicados corresponde à função considerada.
Justificando, indica qual é.

O gráfico da esquerda é o correspondente à função considerada, pois é do tipo $y = kx + b$ *, sendo* $k = \frac{5}{9} > 0$ *(declive positivo) e* $b = -\frac{160}{9} < 0$ *(ordenada na origem negativa).*

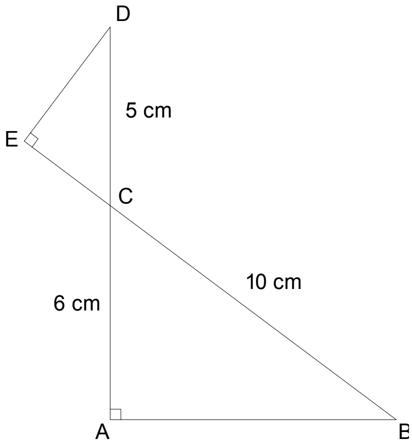
b) Determina 35º C em graus Fahrenheit.

Substituindo C por 35, temos:

$$\underset{(9)}{35} = \underset{(1)}{\frac{5}{9}}F - \underset{(1)}{\frac{160}{9}} \Leftrightarrow 315 = 5F - 160 \Leftrightarrow 5F = 315 + 160 \Leftrightarrow 5F = 475 \Leftrightarrow F = \frac{475}{5} \Leftrightarrow F = 95$$

Portanto, a 35º C correspondem 95º F.

3. Observa a figura ao lado.



- As rectas DA e BE intersectam-se no ponto C
- $C\hat{E}D = B\hat{A}C = 90º$
- $\overline{AC} = 6\text{ cm}$
- $\overline{BC} = 10\text{ cm}$
- $\overline{CD} = 5\text{ cm}$

a) Mostra que o Δ [ABC] tem 24 cm^2 de área.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABC], temos:
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 + 6^2 = 10^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 100 - 36 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 64$ *;*
logo $\overline{AB} = \sqrt{64} = 8$ *centímetros.*

Assim, $A_{[ABC]} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} = \dfrac{8 \times 6}{2} = 24$ *centímetros quadrados.*

b) Justifica que Δ [ABC] ~ Δ [CDE].

$\angle CED \cong \angle BAC$ *, pois são ângulos rectos;*

$\angle DCE \cong \angle ACB$ *, pois são ângulos verticalmente opostos.*

Logo, os triângulos [ABC] e [CDE] são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois pares de ângulos geometricamente iguais.

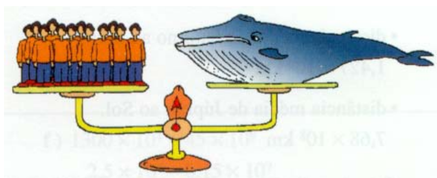
c) Determina o perímetro do triângulo [CDE].

Como os triângulos são semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais. Assim, do maior para o menor, a razão de semelhança é $r = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$.

Logo, $\overline{DE} = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4$ *e* $\overline{CE} = \dfrac{1}{2} \times \overline{AC} = \dfrac{1}{2} \times 6 = 3$.

Assim, $P_{[CDE]} = 3 + 4 + 5 = 12$ *centímetros.* *(ou* $P_{[CDE]} = r \times P_{[ABC]} = \dfrac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) = 12$ *centímetros)*

4. Resolve, apresentando o resultado em notação científica:



- Massa média de uma baleia azul: 138 toneladas;
- Massa de um protão: $1{,}6726 \times 10^{-24}$ g;
- Massa média de um homem: 75 Kg;
- Massa de um átomo de oxigénio: $2{,}6 \times 10^{-23}$ g.

a) Para equilibrar a balança de pratos iguais quantos homens seriam necessários colocar no prato?

$M_{baleia} = 138\ t = 138.000\ Kg = 138 \times 10^3\ Kg$ *e* $M_{homem} = 75\ Kg$.

Logo, $N_{homens} = \dfrac{M_{baleia}}{M_{homem}} = \dfrac{138 \times 10^3\ Kg}{75\ Kg} = 1{,}84 \times 10^3$.

Para equilibrar a balança de pratos iguais seriam necessários colocar no prato $1{,}84 \times 10^3$ *(1840) homens.*

b) Qual a diferença entre as massas de um átomo de oxigénio e de um protão?

$$\begin{aligned} M_{átomo\ de\ oxigénio} - M_{protão} &= 2{,}6 \times 10^{-23}\ g - 1{,}6726 \times 10^{-24}\ g \\ &= 26 \times 10^{-24}\ g - 1{,}6726 \times 10^{-24}\ g \\ &= (26 - 1{,}6726) \times 10^{-24}\ g \\ &= 24{,}3274 \times 10^{-24}\ g \\ &= 2{,}43274 \times 10^{-23}\ g \end{aligned}$$

5. Calcula, apresentando o resultado em notação científica:

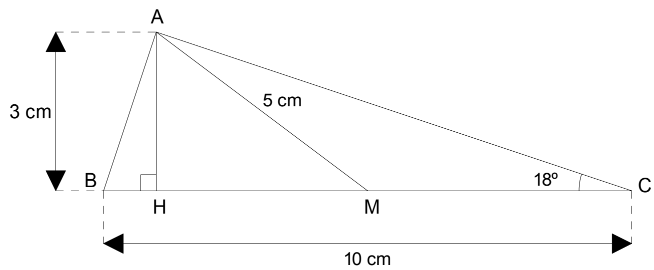
$$\frac{2{,}5\times10^{6}-0{,}15\times10^{7}}{0{,}5\times10^{-4}}=\frac{2{,}5\times10^{6}-1{,}5\times10^{6}}{0{,}5\times10^{-4}}$$
$$=\frac{(2{,}5-1{,}5)\times10^{6}}{0{,}5\times10^{-4}}$$
$$=\frac{1\times10^{6}}{0{,}5\times10^{-4}}$$
$$=\frac{1}{0{,}5}\times\frac{10^{6}}{10^{-4}}$$
$$=2\times10^{10}$$

6. Aplicando regras operatórias das potências, calcula:

$$\frac{\left[(-3)^2\right]^{-4}\times(-2)^8}{2^5\div(-3)^5}+\left[(-\frac{1}{2})^{-2}\right]^0=\frac{(-3)^{-8}\times(-2)^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}+(-\frac{1}{2})^0$$
$$=\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^8\times2^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}+1$$
$$=\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}+1$$
$$=\left(-\frac{2}{3}\right)^3+1$$
$$=-\frac{8}{27}+1=\frac{19}{27}$$

7. Observa a figura ao lado, onde:

- $A\hat{C}M=18^{\text{o}}$
- $\overline{BC}=10\text{ cm}$;
- $\overline{AM}=5\text{ cm}$;
- $\overline{AH}=3\text{ cm}$;
- M é o ponto médio de [BC];
- As rectas AH e BC são perpendiculares.



Justificando, determina a amplitude do ângulo AMH.

Como M é o ponto médio de [BC], então $\overline{CM}=\overline{AM}=5\text{ cm}$. Assim, o triângulo [ACM] é isósceles e, consequentemente, $A\hat{C}M=M\hat{A}C$ (num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais).

Como o ângulo AMH é um ângulo externo do triângulo [ACM] (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos internos não adjacentes), será $A\hat{M}H=A\hat{C}M+M\hat{A}C=36^{\text{o}}$.

FIM

O Professor