

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

20/02/2001

Turmas C e D

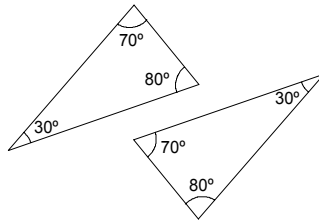
8.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1. Verdadeiro ou falso?

Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

V Os dados indicados nas figuras não são suficientes para garantir a igualdade dos triângulos.



Os casos de igualdade de triângulos são apenas três: LLL, LAL e ALL.

F O mínimo múltiplo comum de dois números, decompostos em factores primos, é igual ao produto dos factores primos comuns (*em falta: e não comuns*), elevados cada um ao maior dos expoentes.

F $m.d.c.(3, 15) = 15$.

Visto que $m.d.c.(3, 15) = 3$.

V O termo seguinte da sequência

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1,$$

é 2.

A partir do primeiro, cada termo é duplo do anterior.

F Dois ângulos opostos de um paralelogramo são suplementares.

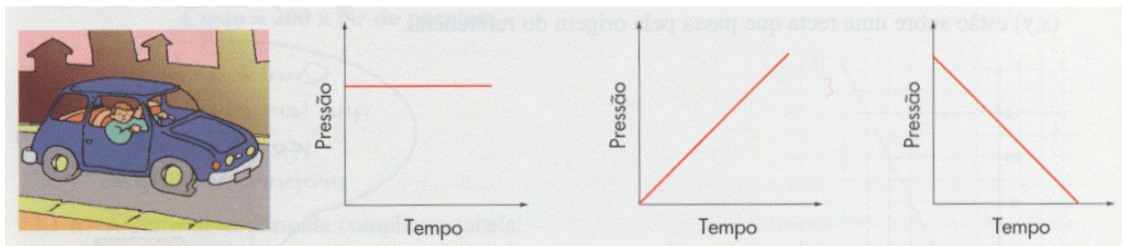
Dois ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, não necessariamente suplementares (apenas suplementares no rectângulo).

V $(-\frac{3}{2})^{-2} = \frac{4}{9}$.

Visto que $(-\frac{3}{2})^{-2} = (-\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$.

2. Observa os gráficos e decide qual o que se adapta melhor à história. Justifica.

O pneu do carro do Afonso furou-se e está a perder ar.



O gráfico que se adapta melhor à história é o da direita, pois a pressão do ar dentro do pneu vai diminuindo com o decorrer do tempo.

3. Considera a função $f: x \rightarrow y = \frac{x}{2} + 1$:

a) determina a imagem do objecto 5;

A imagem do objecto 5 é

$$f(5) = \frac{5}{2} + 1 = 2,5 + 1 = 3,5.$$

b) determina o objecto cuja imagem é -4 .

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 1 = -4$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = -5$$

$$\Leftrightarrow x = -10$$

O objecto cuja imagem é -4 é -10 .

4. Utilizando a técnica da decomposição em factores primos, calcula o **m.d.c.** e o **m.m.c.** do seguinte terno de números: 36, 49 e 56.

36	2	49	7	56	2
18	2	7	7	28	2
9	3	1		14	2
3	3			7	7
1				1	

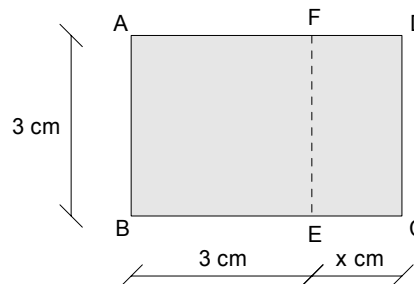
Logo, $36 = 2^2 \times 3^2$; $49 = 7^2$ e $56 = 2^3 \times 7$.

Assim, $m.d.c.(36, 49, 56) = 1$ e $m.m.c.(36, 49, 56) = 2^3 \times 3^2 \times 7^2 = 3528$.

5. Na figura ao lado estão representados um quadrado [ABEF] e um rectângulo [CDFE].

- $\overline{AB} = \overline{BE} = 3 \text{ cm}$
- $\overline{EC} = x \text{ cm}$ ($x > 0$)

Considera todos os rectângulos [ABCD] com um lado fixo [AB].



- a) Mostra que as expressões

- $P(x) = 2x + 12$
- $A(x) = 3x + 9$

traduzem, respectivamente, o perímetro e a área do rectângulo [ABCD] em função de x .

$$\begin{aligned}
 P(x) &= 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC}) & A(x) &= \overline{AB} \times \overline{BC} \\
 &= 2 \times (3 + 3 + x) & &= 3 \times (3 + x) \\
 &= 2x + 12 & &= 3x + 9
 \end{aligned}$$

- b) No referencial ao lado estão representadas graficamente essas duas funções. Justificando, identifica-as.

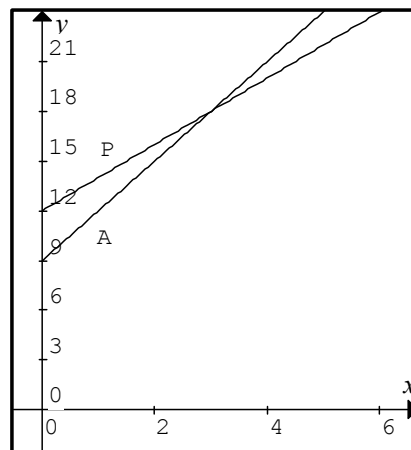
A identificação está feita no gráfico, tendo sido considerado o conhecimento relativo ao significado do b (ordenada na origem), relativamente às funções do tipo $y = kx + b$.

- c) Determina analiticamente qual o valor de x para o qual são iguais as medidas do perímetro e da área do rectângulo [ABCD].

Pretendemos determinar o valor de x tal que $A(x) = P(x)$.

$$\text{Ora, } A(x) = P(x) \Leftrightarrow 3x + 9 = 2x + 12 \Leftrightarrow 3x - 2x = 12 - 9 \Leftrightarrow x = 3.$$

As medidas do perímetro e da área do rectângulo [ABCD] são iguais para $x = 3$ (ver gráfico).



6. Aplicando regras operatórias das potências, calcula:

a)

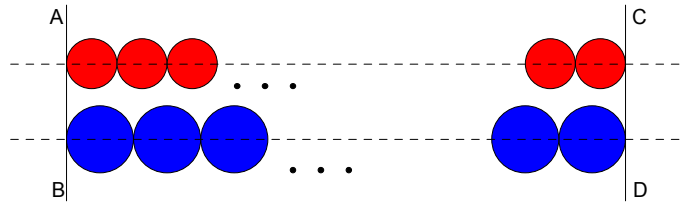
$$\begin{aligned}
 \left[3^2 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \right]^{-2} &= \left[3^2 \div 3^3 \right]^{-2} \\
 &= (3^{-1})^{-2} \\
 &= 3^2 \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \frac{2^{-2} \times 2^{10}}{4^3} - \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \right]^0 &= \frac{2^8}{(2^2)^3} - \left(-\frac{1}{2}\right)^0 \\
 &= \frac{2^8}{2^6} - 1 \\
 &= 2^2 - 1 \\
 &= 4 - 1 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

7. Dispõe-se de um elevado número de discos de diâmetros diferentes: 38 mm e 56 mm.

Alinhados a partir da linha AB, vão-se colocando os discos encostados uns aos outros em duas filas (consoante o diâmetro) até se obter a primeira posição de novo alinhamento (linha CD), como é ilustrado na figura.



Determina o número de discos pequenos e o número de discos grandes que são necessários para obter essa posição.

Essa posição é obtida quando as linhas AB e CD distarem entre si de $m.m.c(38, 56)$ milímetros. Ora,

$$\begin{array}{r|l} 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

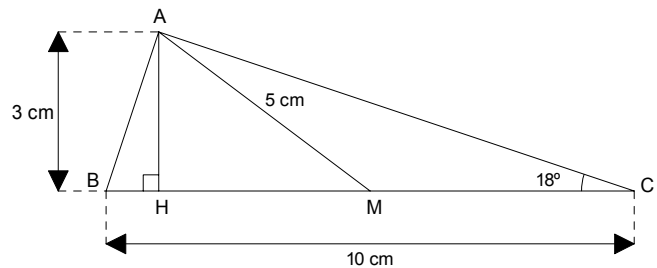
Logo, $38 = 2 \times 19$; e $56 = 2^3 \times 7$.

Assim, $m.m.c.(38, 56) = 2^3 \times 7 \times 19 = 1064$.

Portanto, são necessários 28 ($1064 \div 38 = 28$) discos pequenos e 19 ($1064 \div 56 = 19$) discos grandes.

8. Observa a figura ao lado, onde:

- $\widehat{ACM} = 18^\circ$
- $\overline{BC} = 10$ cm;
- $\overline{AM} = 5$ cm;
- $\overline{AH} = 3$ cm;
- M é o ponto médio de [BC];
- As rectas AH e BC são perpendiculares.



Justificando, determina a amplitude do ângulo AMH.

Como M é o ponto médio de [BC], então $\overline{CM} = \overline{AM} = 5$ cm. Assim, o triângulo [ACM] é isósceles e, conseqüentemente, $\widehat{ACM} = \widehat{MAC}$ (num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais).

Como o ângulo AMH é um ângulo externo do triângulo [ACM] (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos internos não adjacentes), será $\widehat{AMH} = \widehat{ACM} + \widehat{MAC} = 36^\circ$.

9. Observa a figura:

A geratriz do cone tem 30 cm e o diâmetro da base tem 36 cm. Determina o volume do cone.

Nota: $V_{cone} = \frac{A_b \times h}{3}$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo representado na figura, temos: $h^2 + r^2 = g^2 \Leftrightarrow h^2 + 18^2 = 30^2 \Leftrightarrow h^2 = 900 - 324 \Leftrightarrow h^2 = 576$;

logo $h = \sqrt{576} = 24$ centímetros.

Assim,

$$\begin{aligned} V_{cone} &= \frac{\pi \times 18^2 \times 24}{3} \\ &= \pi \times 324 \times 8 \\ &= 2592\pi \\ &\approx 8143 \text{ (0 c. d.)} \end{aligned}$$

O volume do cone é aproximadamente 8143 centímetros cúbicos.

