Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

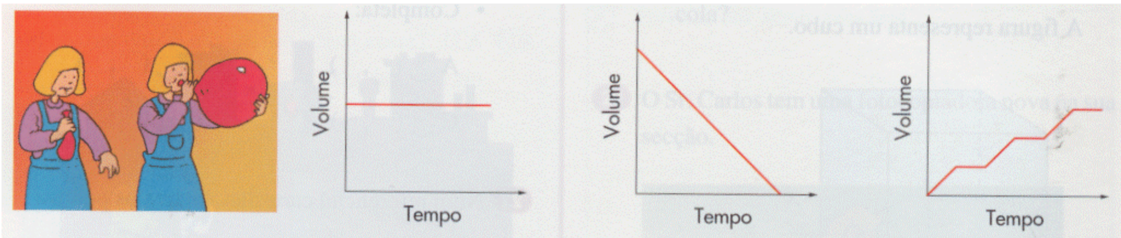
Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

30/01/2001 **Turmas C e D** **8.º Ano**

Nome: ______________________________	*N.º:* _____	*Turma:* ___

1. Observa os gráficos e decide qual o que se adapta melhor à história.

A Mariana está a encher um balão.



O gráfico que se adapta melhor à história é o da direita.

2. Considera as seguintes funções e gráficos:

f	***g***	***h***	***i***
$y=\frac{x}{3}-1$	$y=-x+1$	$y=x+2$	$y=3$

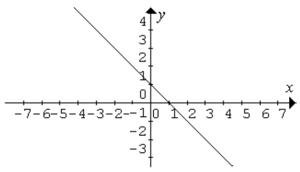


Gráfico **A**

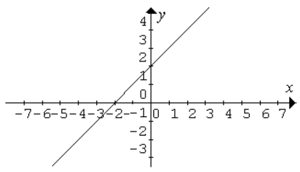


Gráfico **B**

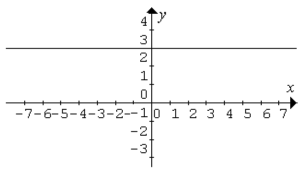


Gráfico **C**

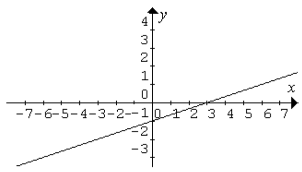


Gráfico **D**

a) Completa a tabela seguinte, por forma a identificar cada uma das expressões analíticas das funções com a sua representação gráfica.

Função	***f***	***g***	***h***	***i***
Gráfico	*D*	*A*	*B*	*C*

b) Relativamente à função ***f***: $x \to y=\frac{x}{3}-1$

b1) determina a imagem do objecto 5 ;

A imagem do objecto 5 é $f(5)=\frac{5}{3}-1=\frac{5}{3}-\frac{3}{3}=\frac{2}{3}$.

b2) determina o objecto cuja imagem é -4 .

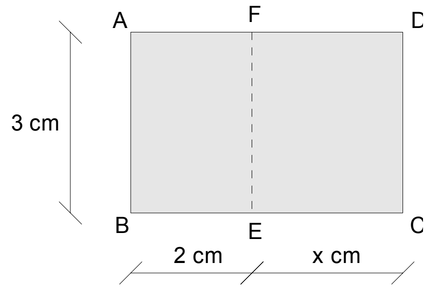
$$f(x)=-4 \Leftrightarrow \frac{x}{3}-1=-4$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{3}=-3$$
$$\Leftrightarrow x=-9$$

O objecto cuja imagem é -4 *é* -9.

c) Alguma das 4 funções consideradas é de proporcionalidade directa? Justifica.

As funções consideradas não são de proporcionalidade directa, pois qualquer delas não é do tipo $y=kx$.
(Os seus gráficos são rectas, mas não passam pela origem do referencial)

3. Na figura ao lado estão representados dois rectângulos: [ABEF] e [CDFE].



- $\overline{AB} = 3\ cm$
- $\overline{BE} = 2\ cm$
- $\overline{EC} = x\ cm \quad (x > 0)$

Considera todos os rectângulos [ABCD] com um lado fixo [AB].

a) Mostra que as expressões

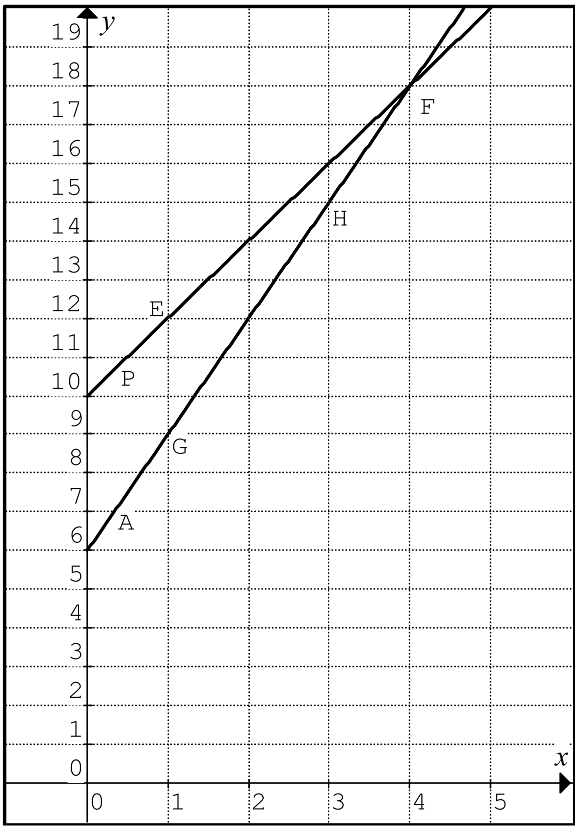
- $P(x) = 2x + 10$
- $A(x) = 3x + 6$

traduzem, respectivamente, o perímetro e a área do rectângulo [ABCD] em função de *x*.

$$\begin{aligned} P(x) &= 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC}) \\ &= 2 \times (3 + 2 + x) \\ &= 2x + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(x) &= \overline{AB} \times \overline{BC} \\ &= 3 \times (2 + x) \\ &= 3x + 6 \end{aligned}$$

b) Representa graficamente essas duas funções no referencial ao lado.



x	$P(x) = 2x + 10$		
1	12	$E \to$	$(1,12)$
4	18	$F \to$	$(4,18)$

x	$A(x) = 3x + 6$		
1	9	$G \to$	$(1,9)$
3	15	$H \to$	$(3,15)$

Os gráficos das funções $y = 2x + 10$ e $y = 3x + 6$, como sabemos, são rectas. Os gráficos das funções P e A são parte dessas rectas: as partes definidas para $x > 0$.

c) Determina analiticamente qual o valor de *x* para o qual são iguais as medidas do perímetro e da área do rectângulo [ABCD].

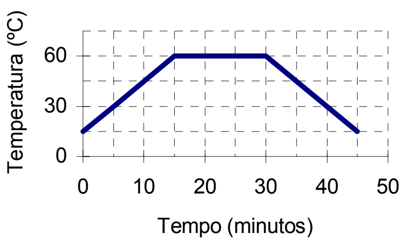
Pretendemos determinar o valor de x tal que $A(x) = P(x)$.

Ora, $A(x) = P(x) \Leftrightarrow 3x + 6 = 2x + 10 \Leftrightarrow 3x - 2x = 10 - 6 \Leftrightarrow x = 4$.

As medidas do perímetro e da área do rectângulo [ABCD] são iguais para $x = 4$ (ver gráfico).

4. Qual é a resposta correcta?

O gráfico seguinte traduz o aquecimento de uma panela de água.
Por observação do gráfico, podemos afirmar que:



[A] a temperatura inicial da água é de 0º C.

[B] a temperatura máxima atingida pela água é de 45º C.

[C] a água permaneceu na sua temperatura máxima durante 45 minutos.

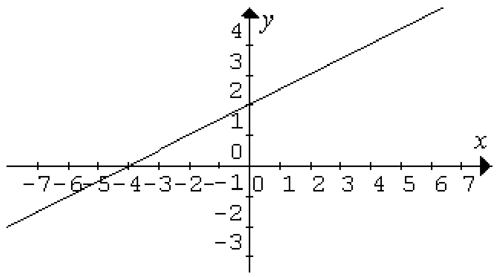
[D] a água levou 5 minutos a voltar da temperatura máxima à temperatura de 15º C.

[E] nenhuma das respostas anteriores é correcta.

A resposta correcta é [E]. (porquê?)

5. Determina a expressão analítica da função cuja representação gráfica é a indicada.

Nota: Os pontos de coordenadas (0, 2) e (-4, 0) pertencem ao gráfico.



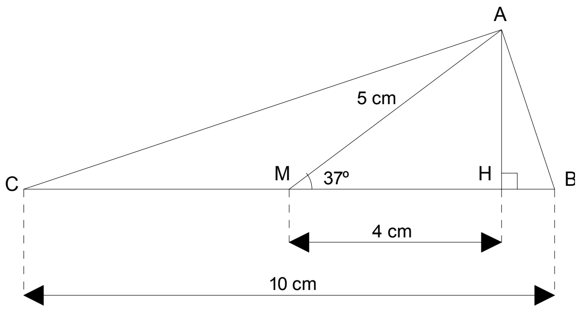
A função representada é do tipo $y = kx + 2$ *, pois a ordenada na origem é* $b = 2$ *.*

Como o ponto de coordenadas (0, 2) é um ponto do gráfico, as suas coordenadas têm de verificar a condição referida.

Ora, $0 = -4 \times k + 2 \Leftrightarrow 4k = 2 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$

Logo, $y = \frac{1}{2}x + 2$ *é a expressão analítica da função representada graficamente.*

6. Observa a figura ao lado, onde:



- $A\hat{M}H = 37º$;
- $\overline{BC} = 10$ cm;
- $\overline{AM} = 5$ cm;
- $\overline{HM} = 4$ cm;
- M é o ponto médio de [BC];
- As rectas AH e BC são perpendiculares.

a) Justificando, determina a amplitude do ângulo CAM.

Como. M é o ponto médio de [BC], então $\overline{CM} = \overline{AM} = 5$ *cm . Assim, o triângulo [ACM] é isósceles e, consequentemente,* $A\hat{C}M = M\hat{A}C$ *(num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais).*

Como o ângulo AMH é um ângulo externo do triângulo [ACM] (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos internos não adjacentes), será $A\hat{M}H = A\hat{C}M + M\hat{A}C = 37º$ *.*

Como $A\hat{C}M = M\hat{A}C$ *, então* $C\hat{A}M = A\hat{C}M = \frac{37º}{2} = 18{,}5º$ *.*

b) Mostra que $\overline{AH} = 3$ cm e determina $\overline{AB}$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [AHM], temos:

$\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2 = \overline{AM}^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 25 - 16 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 9$ *; logo* $\overline{AH} = \sqrt{9} = 3$ *centímetros.*

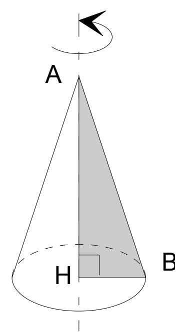
Como $\overline{CM} = \overline{MB} = 5$ *cm , então* $\overline{HB} = \overline{MB} - \overline{MH} = 1$ *cm.*

Aplicando agora o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [AHB], temos:

$\overline{AH}^2 + \overline{HB}^2 = \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 3^2 + 1^2 = \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 10$ *; logo* $\overline{AB} = \sqrt{10}$ *centímetros.*

c) Considera o cone gerado pela rotação do triângulo [ABH] numa volta completa, em torno do eixo que contém o segmento de recta [AH].
Determina o volume desse cone (1 c.d.).

Na figura ao lado está representado o cone de revolução que se obtém por esse processo.



$$\begin{aligned} V_{cone} &= \frac{A_b \times h}{3} \\ &= \frac{\pi \times \overline{HB}^2 \times \overline{AH}}{3} \\ &= \frac{\pi \times 1^2 \times 3}{3} \\ &= \pi \\ &\approx 3{,}14 \ \ (2 \text{ c.d.}) \end{aligned}$$

O seu volume é de aproximadamente 3,1 cm^3.

O Professor