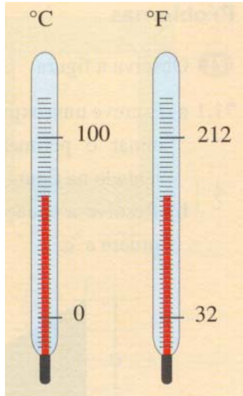
Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Chamada Escrita de Matemática

29/03/2001 **Turmas C e D** **8.º Ano**

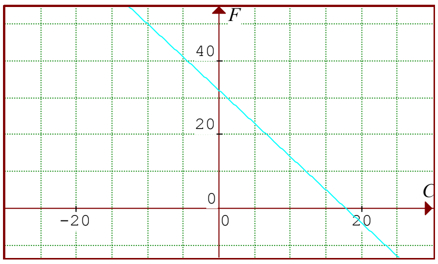
Nome: ______________________________ *N.º:* _____ *Turma:* ___

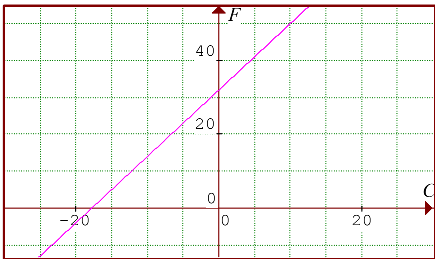
1. A fórmula



$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

permite converter graus Fahrenheit em graus Celsius.





a) Um dos gráficos indicados corresponde à função considerada. Justificando, indica qual é.

O gráfico da direita é o correspondente à função considerada, pois é do tipo $y = kx + b$, *sendo* $k = \frac{5}{9} > 0$ *(declive positivo) e* $b = 32 > 0$ *(ordenada na origem positiva).*

b) Determina quantos graus Celsius são 95º Fahrenheit.

Substituindo F por 95, temos:

$$\underset{(5)}{95} = \underset{(1)}{\frac{9}{5}}C + \underset{(5)}{32} \Leftrightarrow 475 = 9C + 160 \Leftrightarrow 9C = 475 - 160 \Leftrightarrow 9C = 315 \Leftrightarrow C = \frac{315}{9} \Leftrightarrow C = 35$$

Portanto, a 35º F correspondem 35º C.

2. Resolve, <u>apresentando o resultado em notação científica</u>:

- Massa de um protão: $1{,}6726 \times 10^{-24}$ g;
- Massa média de um homem: 75 Kg;
- Massa de um átomo de oxigénio: $2{,}6 \times 10^{-23}$ g.

a) A massa média de um homem é maior que a do átomo de oxigénio. Quantas vezes?

$M_{homem} = 75\ Kg = 75 \times 10^3\ g$.

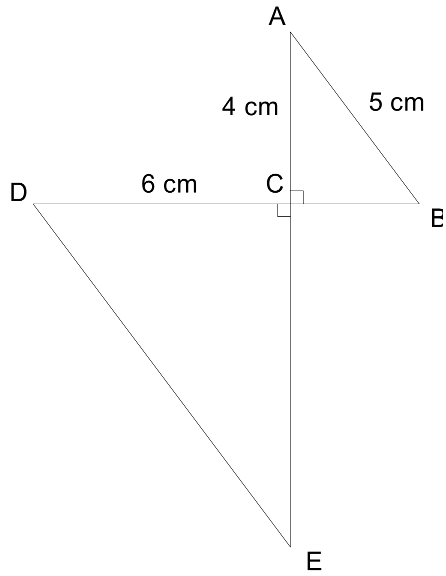
Logo, $\dfrac{M_{homem}}{M_{\text{átomo de oxigénio}}} = \dfrac{75 \times 10^3\ g}{2{,}6 \times 10^{-23}\ g} = \dfrac{75}{2{,}6} \times \dfrac{10^3}{10^{-23}} \approx 28{,}8 \times 10^{26} = 2{,}88 \times 10^{27}$.

A massa média de um homem é maior que a do átomo de oxigénio aproximadamente $2{,}88 \times 10^{27}$ *vezes.*

b) Qual a diferença entre as massas de um átomo de oxigénio e de um protão?

$$\begin{aligned} M_{\text{átomo de oxigénio}} - M_{\text{protão}} &= 2{,}6 \times 10^{-23}\ g - 1{,}6726 \times 10^{-24}\ g \\ &= 26 \times 10^{-24}\ g - 1{,}6726 \times 10^{-24}\ g \\ &= (26 - 1{,}6726) \times 10^{-24}\ g \\ &= 24{,}3274 \times 10^{-24}\ g \\ &= 2{,}43274 \times 10^{-23}\ g \end{aligned}$$

3. Observa a figura ao lado.



- As rectas AB e DE são paralelas
- $A\hat{C}B = D\hat{C}E = 90º$
- $\overline{AB} = 5$ cm
- $\overline{AC} = 4$ cm
- $\overline{CD} = 6$ cm

a) Mostra que o Δ [ABC] tem 6 cm^2 de área.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABC], temos:

$\overline{AC}^2 + \overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 4^2 + \overline{CB}^2 = 5^2 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 25 - 16 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 9$ *;*

logo $\overline{AB} = \sqrt{9} = 3$ *centímetros.*

Assim, $A_{[ABC]} = \dfrac{\overline{BC} \times \overline{AC}}{2} = \dfrac{3 \times 4}{2} = 6$ *centímetros quadrados.*

b) Justifica que Δ [ABC] ~ Δ [CDE].

$\angle ACB \cong \angle DCE$ *, pois são ângulos rectos;*

$\angle CDE \cong \angle CEA$ *(p.e.), pois são ângulos de lados paralelos e da mesma espécie, dado que AB//DE.*

Logo, os triângulos [ABC] e [CDE] são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois pares de ângulos geometricamente iguais.

c) Determina o perímetro do triângulo [CDE].

Como os triângulos são semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais. Assim, do menor para o maior, a razão de semelhança é $r = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \dfrac{6}{3} = 2$.

Logo, $\overline{DE} = 2 \times \overline{AB} = 2 \times 5 = 10$ *e* $\overline{CE} = 2 \times \overline{AC} = 2 \times 4 = 8$.

Assim, $P_{[CDE]} = 6 + 8 + 10 = 24$ *centímetros.* *(ou* $P_{[CDE]} = r \times P_{[ABC]} = 2 \times (3 + 4 + 5) = 24$ *centímetros).*

4. Calcula, apresentando o resultado em notação científica:

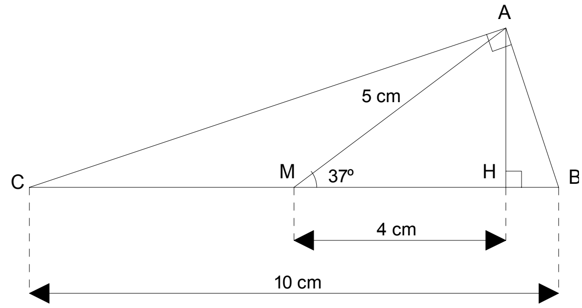
$$\begin{aligned}\frac{2{,}5 \times 10^6 + 0{,}15 \times 10^7}{2 \times 10^2 \times 0{,}5 \times 10^{-4}} &= \frac{2{,}5 \times 10^6 + 1{,}5 \times 10^6}{(2 \times 0{,}5) \times (10^2 \times 10^{-4})} \\ &= \frac{(2{,}5 + 1{,}5) \times 10^6}{1 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{4}{1} \times \frac{10^6}{10^{-2}} \\ &= 4 \times 10^8\end{aligned}$$

5. Aplicando regras operatórias das potências, calcula:

$$\begin{aligned}\left[(-\frac{2}{5})^2 - 1\right]^0 + \frac{\left[(-2)^2\right]^{-3} \times (-3)^6}{3^4 \div 2^4} &= 1 + \frac{(-2)^{-6} \times (-3)^6}{(\frac{3}{2})^4} \\ &= 1 + \frac{(-\frac{1}{2})^6 \times (-3)^6}{(\frac{3}{2})^4} \\ &= 1 + \frac{(\frac{3}{2})^6}{(\frac{3}{2})^4} \\ &= 1 + (\frac{3}{2})^2 \\ &= 1 + \frac{9}{4} \\ &= \frac{13}{4}\end{aligned}$$

6. Observa a figura ao lado, onde:

- $A\hat{M}H = 37º$;
- $\overline{BC} = 10$ cm;
- $\overline{AM} = 5$ cm;
- $\overline{HM} = 4$ cm;
- M é o ponto médio de [BC];
- As rectas AH e BC são perpendiculares.
- As rectas AC e AB são perpendiculares.



a) Justifica que $C\hat{A}M = 18{,}5º$.

Como M é o ponto médio de [BC], então $\overline{CM} = \overline{AM} = 5$ cm. Assim, o triângulo [ACM] é isósceles e, consequentemente, $A\hat{C}M = M\hat{A}C$ (num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais).

Como o ângulo AMH é um ângulo externo do triângulo [ACM] (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos internos não adjacentes), será $A\hat{M}H = A\hat{C}M + M\hat{A}C = 37º$.

Como $A\hat{C}M = M\hat{A}C$, então $C\hat{A}M = A\hat{C}M = \frac{37º}{2} = 18{,}5º$.

b) Os triângulos [ACH] e [ACB] são semelhantes.

b1) Prova a afirmação anterior.

$\angle CHA \cong \angle CAB$, pois são ângulos rectos;

O ângulo ACH é comum aos dois triângulos.

Logo, os triângulos [ACH] e [ACB] são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois pares de ângulos geometricamente iguais.

b1) Determina a razão de semelhança que transforma o triângulo [ACB] no triângulo [ACH].

A razão de semelhança que transforma o triângulo [ACE] no triângulo [ACH], pode ser definida por:

$$r = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{CA}}.$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo [MHA], temos $\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$.

Aplicando agora o teorema de Pitágoras no triângulo [AHB], temos $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Logo, $r = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Ou:

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo [CHA], temos $\overline{CA} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90}$.

Logo, $r = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = \frac{\sqrt{90}}{10}$.

Ou ainda:

$r = \frac{\overline{CH}}{\overline{CA}} = \frac{9}{\sqrt{90}}$.

***NOTA**: Ainda que os três valores encontrados pareçam diferentes, não é verdade, pois* $\frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{90}}{10} = \frac{9}{\sqrt{90}}$.

FIM

O Professor