

Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

31/03/2011

Turma A

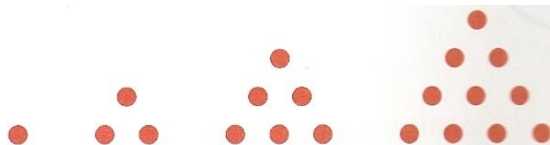
8.º Ano

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1. Assinala a alternativa correcta

Para cada uma das questões seguintes, assinala a alternativa correcta (não apresentes cálculos ou justificações).

- a) Na figura estão representados os quatro primeiros termos da sequência dos números triangulares: 1, 3, 6 e 10. Qual é a expressão algébrica que permite calcular o número de pontos necessários para construir cada figura desta sequência?

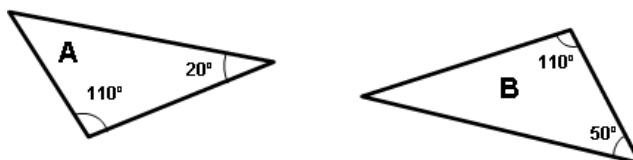


- [A] $3n-2$ [B] $\frac{1}{2}(n^2+n)$ [C] $2n-1$ [D] n^2-1

- b) A imagem de 3 pela função f , definida por $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$, é:

- [A] $\frac{1}{2}$ [B] 1 [C] $\frac{3}{2}$ [D] $\frac{5}{2}$

- c) Considera a afirmação: "Os triângulos A e B são semelhantes." Qual é o critério que sustenta a veracidade desta afirmação?



- [A] Não há qualquer critério específico.
 [B] Dois triângulos são semelhantes se têm dois ângulos iguais.
 [C] Dois triângulos são semelhantes se têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual.
 [D] Dois triângulos são semelhantes se têm os três lados proporcionais.

- d) Sabendo que o diâmetro de Vénus é 12100 km, qual é o seu raio?

- [A] $2,42 \times 10^5$ km [B] $6,05 \times 10^3$ km [C] $6,05 \times 10^{-3}$ km [D] $6,05 \times 10^4$ km

2. Uma empresa oferece o serviço de limpeza de chaminés mediante o precário ao lado.

- a) Preenche a tabela seguinte:

Tempo (em horas) (t)	1	2	4
Custo (em euros) (c)	35	55	95

Limpeza de chaminés
PREÇO:
 20 € / hora
 +
 15 € de deslocação

- b) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo c em função de t .

A função pode ser definida analiticamente pela expressão: $c = 20t + 15$.

3. No início de cada treino de futebol, os jogadores correm à volta do campo. O Miguel demora 40 segundos a dar uma volta ao campo e o João demora 50 segundos. Os dois irmãos partem em simultâneo do mesmo local do campo. Ao fim de quantos segundos os dois irmãos voltam a passar juntos no ponto de partida, pela primeira vez?

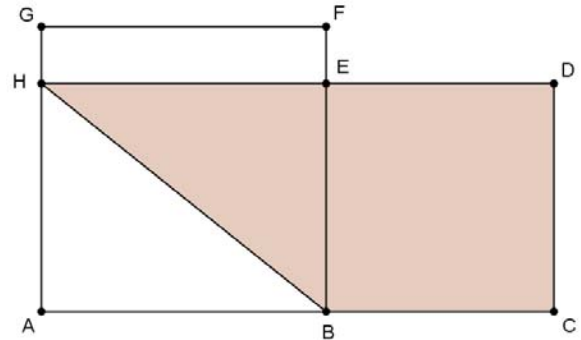
40	2	50	2
20	2	25	5
10	2	5	5
5	5	1	
1			

Assim, $40 = 2^3 \times 5$ e $50 = 2 \times 5^2$. Logo, $m.m.c.(40,50) = 2^3 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$.

Os dois irmãos voltam a passar juntos no ponto de partida, pela primeira vez, ao fim de 200 segundos.

4. Na figura ao lado sabe-se que:

- E é o ponto de intersecção dos segmentos de recta [HD] e [BF];
- [ABFG] é um quadrado;
- [BCDE] é um quadrado;
- $\overline{AH} = 4\text{ cm}$ e $\overline{FE} = 1\text{ cm}$.



a) Determina o perímetro do triângulo [ABH].

Começamos por determinar \overline{BH} , aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABH]:

$$\begin{aligned}\overline{BH}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AH}^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 5^2 + 4^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 25 + 16 \\ &\Leftrightarrow \overline{BH} = \sqrt{41}\end{aligned}$$

Logo, o perímetro do triângulo [ABH] é $P_{[ABH]} = 5 + \sqrt{41} + 4 = (9 + \sqrt{41})\text{ cm}$.

b) Determina a área do quadrilátero [BCDH], sombreado na figura.

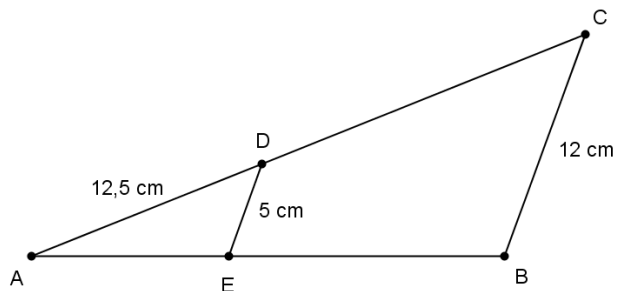
Considerando que o quadrilátero [BCDH] é um trapézio rectângulo, a sua área é:

$$\begin{aligned}A_{(BCDH)} &= \frac{\overline{DH} + \overline{BC}}{2} \times \overline{CD} \\ &= \frac{9 + 4}{2} \times 4 \\ &= 26\text{ cm}^2\end{aligned}$$

5. Observa a figura ao lado.

Sabe-se que:

- Os pontos D e E pertencem, respectivamente, aos lados [AC] e [AB] do triângulo [ABC];
- [DE] é paralelo a [BC];
- $\overline{AD} = 12,5\text{ cm}$;
- $\overline{DE} = 5\text{ cm}$;
- $\overline{BC} = 12\text{ cm}$.



a) Justifica que os triângulos [ABC] e [ADE] são semelhantes.

Como [DE] é paralelo a [BC], então os ângulos AED e ABC são ângulos obtusos de lados paralelos, pelo que são geometricamente iguais. Pela mesma razão, os ângulos ADE e ACB são ângulos agudos de lados paralelos, pelo que são também geometricamente iguais.

Logo, os triângulos são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois ângulos iguais, cada um a cada um.

b) Determina \overline{CD} .

Como os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são directamente proporcionais, isto é, $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.

Usando as duas últimas razões, temos: $\frac{12,5}{\overline{AC}} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{12 \times 12,5}{5} \Leftrightarrow \overline{AC} = 30$.

Portanto, $\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD} = 30 - 12,5 = 17,5\text{ cm}$.

6. Completa a tabela, escrevendo cada um dos números em notação científica.

NÚMERO	123000000	0,00321	123×10^4	$0,0321 \times 10^{-5}$
Escrita em notação científica	$1,23 \times 10^8$	$3,21 \times 10^{-3}$	$1,23 \times 10^6$	$3,21 \times 10^{-7}$

7. Resolve, apresentando o resultado em notação científica:

- Massa de um próton: $1,6726 \times 10^{-24} \text{ g}$;
- Massa de um átomo de oxigénio: $2,6 \times 10^{-23} \text{ g}$;
- A massa do Joel: 52 kg .



a) Determina a diferença entre as massas de um átomo de oxigénio e de um próton.

$$\begin{aligned} 2,6 \times 10^{-23} - 1,6726 \times 10^{-24} &= 2,6 \times 10^{-23} - 0,16726 \times 10^{-23} \\ &= (2,6 - 0,16726) \times 10^{-23} \\ &= 2,43274 \times 10^{-23} \end{aligned}$$

A diferença entre as massas de um átomo de oxigénio e de um próton é $2,43274 \times 10^{-23} \text{ g}$.

b) Quantos átomos de oxigénio serão necessários colocar num prato de uma balança de braços iguais para equilibrar a massa do Joel?

$$N = \frac{52 \text{ kg}}{2,6 \times 10^{-23} \text{ g}} = \frac{52 \times 10^3 \text{ g}}{2,6 \times 10^{-23} \text{ g}} = \frac{52}{2,6} \times \frac{10^3}{10^{-23}} = 20 \times 10^{26} = 2 \times 10^{27}$$

Para equilibrar a massa do Joel será necessário colocar no prato da balança 2×10^{27} átomos de oxigénio.

8. Calcula o valor numérico das seguintes expressões, utilizando, sempre que possível, as regras das potências:

a)

$$\begin{aligned} 3^{-2} + (-3)^{-2} - 3^2 + (-3)^2 &= \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 9 + 9 \\ &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

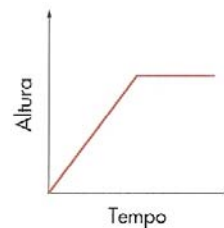
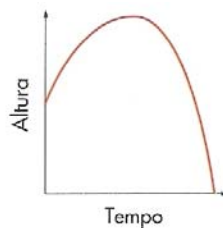
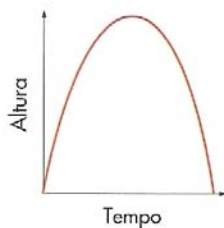
b)

$$\frac{12^{-12} \div 4^{-12} \times (3^5)^2}{3^{-4} \times (-3)^0} = \frac{3^{-12} \times 3^{10}}{3^{-4} \times 1} = \frac{3^{-2}}{3^{-4}} = 3^2 = 9$$

9. Resolve a seguinte equação:

$$\begin{aligned} 8x - 2 &= 1 - 3(1 - x) \Leftrightarrow 8x - 2 = 1 - 3 + 3x \\ &\Leftrightarrow 8x - 3x = 2 + 1 - 3 \\ &\Leftrightarrow 5x = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

10. O Rogério deu uma tacada na sua bola de golfe.
Qual dos gráficos se adapta melhor à história?



[A] Gráfico A

[B] Gráfico B

[C] Gráfico C

[D] Qualquer um deles.

O gráfico que se adapta melhor à história é o Gráfico A.

FIM