Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

15/02/2011 **Turma B** **8.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Assinala a alternativa correcta

Para cada uma das questões seguintes, assinala a alternativa correcta (não apresentes cálculos ou justificações).

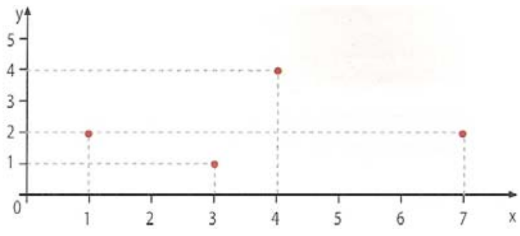
a) A mediana de um triângulo divide-o:

[A] em dois triângulos equivalentes; ☑

[B] em dois triângulos iguais;

[C] em dois triângulos com iguais perímetros.

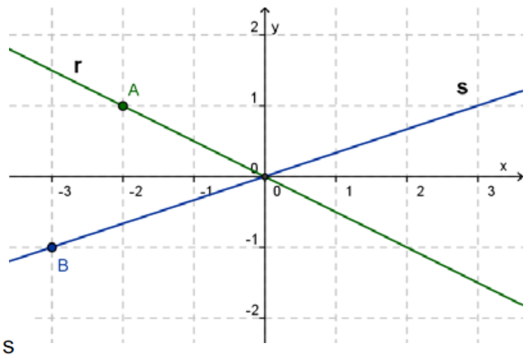
[D] Nenhuma das respostas anteriores é correcta.



b) Considera a função *f* definida pelo gráfico acima.
Qual das afirmações é verdadeira?

[A] $D_f = \{1, 2, 4\}$ **[B]** $f(1) = 3$ **[C]** $D'_f = \{1, 2, 4\}$ ☑ **[D]** $D'_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

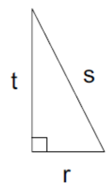
c) A recta **s**, representada no referencial cartesiano ao lado, pode ser definida por:



[A] $y = -3x$ **[B]** $y = -\frac{1}{3}x$

[C] $y = \frac{1}{3}x$ ☑ **[D]** $y = 3x$

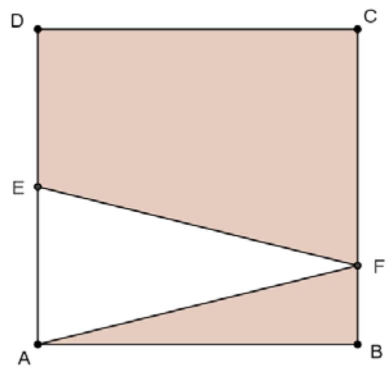
d) Considera o triângulo rectângulo da figura.
Qual das seguintes igualdades é falsa?



[A] $t^2 = s^2 - r^2$ **[B]** $r^2 + t^2 = s^2$

[C] $s^2 = t^2 - r^2$ ☑ **[D]** $r^2 = s^2 - t^2$

2. Na figura ao lado sabe-se que:



- [ABCD] é um quadrado com $12\,cm$ de lado;
- E é o ponto médio do segmento de recta [AD];
- $\overline{BF} = 3\,cm$.

a) Determina o perímetro do triângulo [AEF].

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [ABF], temos:

$$\overline{AF}^2 = 12^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 144 + 9$$
$$\Leftrightarrow \overline{AF} = \sqrt{153}$$

Como o triângulo [AEF] é isósceles, vem:

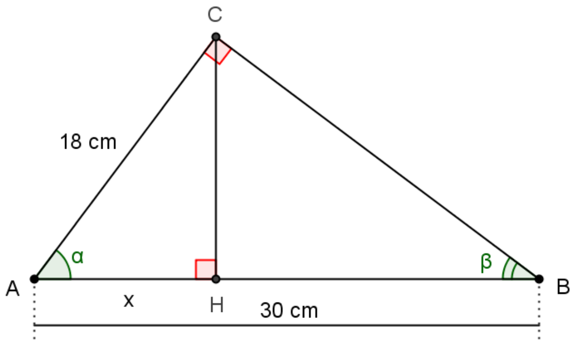
$$P_{[AEF]} = \overline{AE} + \overline{EF} + \overline{FA} = 6 + \sqrt{153} + \sqrt{153} = (6 + 2\sqrt{153})\,cm\,.$$

b) Determina a área da região sombreada.

$$\begin{aligned} A_S &= A_{[ABCD]} - A_{[AEF]} \\ &= \overline{AB} \times \overline{BC} - \frac{\overline{AE} \times \overline{AB}}{2} \\ &= 12 \times 12 - \frac{6 \times 12}{2} \\ &= 108\,cm^2 \end{aligned}$$

3. Observa a figura ao lado.

Sabe-se que:



- O triângulo [ABC] é rectângulo, em C;
- [CH] é perpendicular a [AB];
- $\overline{AB} = 30\,cm$;
- $\overline{AC} = 18\,cm$.

a) Justifica que os triângulos [ACH] e [ABC] são semelhantes.

O ângulo BAC é comum aos dois triângulos.
Por outro lado, ambos os triângulos são rectângulos.
Logo, os triângulos são semelhantes, pois possuem, de um para o outro, dois ângulos iguais, cada um a cada um.

b) Determina $\overline{AH}$.

Como os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são directamente proporcionais, isto é, $\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{BC}}$.

Usando as duas primeiras razões, temos: $\frac{\overline{AH}}{18} = \frac{18}{30} \Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{18 \times 18}{30} \Leftrightarrow \overline{AH} = 10{,}8$.

Portanto, $\overline{AH} = 10{,}8\,cm$.

c) Calcula o volume do cone de revolução no qual [AC] é um raio da base e [BC] é a sua altura.

Comecemos por determinar a altura do cone, aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo [ABC]:

$$\begin{aligned} \overline{BC}^2 = 30^2 + 18^2 \quad &\Leftrightarrow \quad \overline{BC}^2 = 900 - 324 \\ &\Leftrightarrow \quad \overline{BC} = \sqrt{576} \\ &\Leftrightarrow \quad \overline{BC} = 24 \end{aligned}$$

Logo, $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{\cancel{3}} \times (\pi \times 18^2) \times \overset{8}{\cancel{24}} = 324\pi \times 8 = 2592\pi\,cm^3$.

4. Uma empresa oferece o serviço de limpeza de alcatifas em casa do cliente mediante o precário ao lado.

Limpeza de alcatifas
PREÇO:
15 € / hora
+
5 € de deslocação

a) Preenche a tabela seguinte:

Tempo (em horas) (***t***)	1	2	4
Custo (em euros) (***c***)	***20***	***35***	***65***

b) A função ($c = f(t)$) é de proporcionalidade directa? Justifica.

A função não é de proporcionalidade directa, pois não é constante a razão entre os valores correspondentes das variáveis dependente e independente: $\frac{20}{1} \neq \frac{35}{2} \neq \frac{65}{4}$.

c) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo ***c*** em função de ***t***.

A função pode ser definida analiticamente pela expressão: $c = 15t + 5$.

d) A mãe da Miquelina pagou $46{,}25\,€$ pelo serviço de limpeza das alcatifas da sua moradia.
Quanto tempo demorou a limpeza das alcatifas, em horas e minutos?

*Substituindo **c** por* $46{,}25$ *na expressão anterior, obtemos:* $46{,}25 = 15t + 5$.

Resolvendo esta equação, vem: $46{,}25 = 15t + 5 \Leftrightarrow 15t + 5 = 46{,}25 \Leftrightarrow 15t = 41{,}25 \Leftrightarrow t = \frac{41{,}25}{15} \Leftrightarrow t = 2{,}75$.

Ora, $0{,}75\,h = 0{,}75 \times 60\,\text{min} = 45\,\text{min}$.
Logo, a limpeza das alcatifas demorou $2\,h\ 45\,\text{min}$.

5. O Rui saiu de casa às 8:00 horas e dirigiu-se a pé para a escola que fica a 2 km.
Ficou na escola até às 12:30 horas e depois regressou a casa, onde almoçou.
Qual dos gráficos se adapta melhor à história?

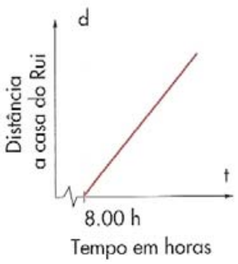


Gráfico A

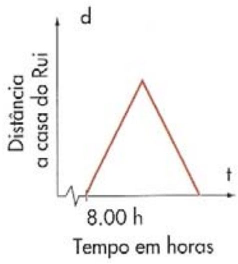


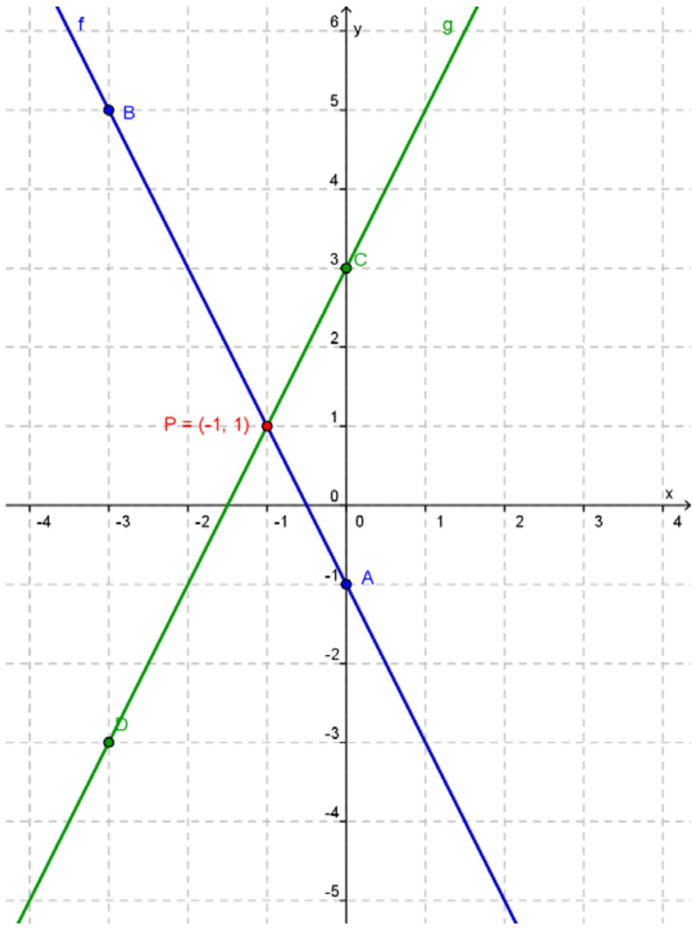
Gráfico B

Gráfico C

[A] Gráfico A **[B]** Gráfico B **[C]** Gráfico C **[D]** Qualquer um deles.

O gráfico que se adapta melhor à história é o Gráfico C.

6. Considera as funções f e g definidas por $f(x) = -2x - 1$ e $g(x) = 2x + 3$.



a) Determina x tal que $f(x) = g(x)$.

Ora,

$$
\begin{aligned}
f(x) = g(x) &\Leftrightarrow -2x - 1 = 2x + 3 \\
&\Leftrightarrow -4x = 4 \\
&\Leftrightarrow x = -1
\end{aligned}
$$

Logo, $x = -1$ é o valor de x para o qual as imagens por f e por g são iguais.

b) Indica as coordenadas do ponto de intersecção dos gráficos de f e g.

Como $f(1) = -2 \times (-1) - 1 = 1$ (e $g(-1) = 2 \times (-1) + 3 = 1 = f(-1)$), o ponto de intersecção dos gráficos de f e g tem as coordenadas $(-1, 1)$.

c) Completa as tabelas, representa graficamente as funções no referencial cartesiano e verifica a resposta da alínea anterior.

x	$y = -2x - 1$	
0	-1	$A(0, -1)$
-3	5	$B(-3, 5)$

x	$y = 2x + 3$	
0	3	$C(0, 3)$
-3	-3	$D(-3, -3)$

FIM