Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

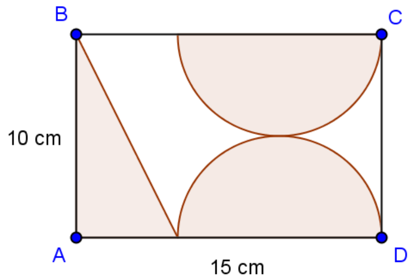
Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho de Matemática

27/03/2011 **8.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Na figura, [ABCD] é um rectângulo.
Os dois arcos são semicircunferências tangentes entre si.

Determina a área da superfície não sombreada.



Os semicírculos têm raio 5 cm.

$A_{Círculo} = \pi \times 5^2 = 25\pi\, cm^2$.

$A_{Triângulo} = \dfrac{5 \times 10}{2} = 25\, cm^2$.

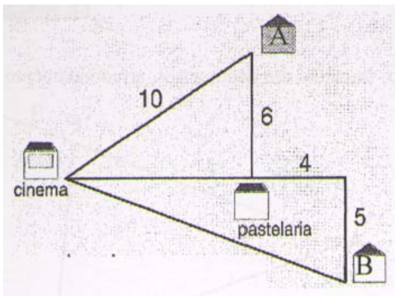
$A_{Rectângulo} = 15 \times 10 = 150\, cm^2$.

Logo, a área da superfície não sombreada é $A_{NS} = 150 - (25 + 25\pi) = (125 - 25\pi)\, cm^2$.

2. Dois amigos, depois de terem falado ao telefone, decidiram encontrar-se à porta do cinema.

Qual chegou primeiro, sabendo que o que mora na casa A passa primeiro pela pastelaria enquanto o outro vai directamente para o cinema?

Nota: Considera que os dois amigos se deslocam à mesma velocidade.



Admitindo que os triângulos são rectângulos, comecemos por determinar a distância da Pastelaria ao Cinema:

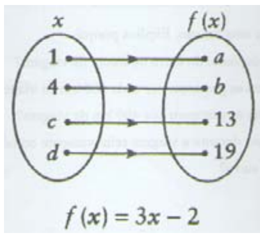
$$\overline{PC}^2 + 6^2 = 10^2 \Leftrightarrow \overline{PC}^2 = 100 - 36 \Leftrightarrow \overline{PC} = \sqrt{64} \Leftrightarrow \overline{PC} = 8$$

Determinemos agora a distância da Casa B ao Cinema:

$$\overline{BC}^2 = 5^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 25 + 144 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{169} \Leftrightarrow \overline{BC} = 13$$

Logo, $\overline{AP} + \overline{PC} = 14$ *e* $\overline{BC} = 13$.
Portanto, chegou primeiro o amigo que mora na casa B.

3. Observa o diagrama referente à função f.



a) Determina os valores das letras *a*, *b*, *c* e *d*.

Ora,
$a = f(1) = 3 \times 1 - 2 = 1$ *e* $b = f(4) = 3 \times 4 - 2 = 10$.

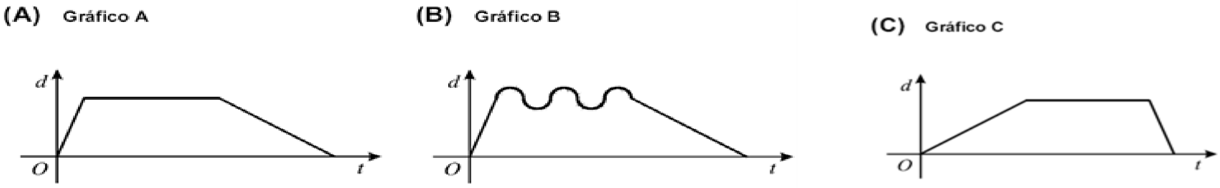
Por outro lado:
$f(c) = 13 \Leftrightarrow 3c - 2 = 13 \Leftrightarrow 3c = 15 \Leftrightarrow c = 5$ *e*
$f(d) = 19 \Leftrightarrow 3d - 2 = 19 \Leftrightarrow 3d = 21 \Leftrightarrow d = 7$.

b) Indica o domínio e o contradomínio de f.

$D_f = \{1, 4, 5, 7\}$ *e* $D'_f = \{1, 10, 13, 19\}$.

4. O Martim prendeu, com uma trela, o seu cão a um poste, próximo do supermercado do parque de campismo. O cão ficou encostado ao poste mas, ao ver o dono desaparecer, tentou libertar-se. Afastou-se rapidamente do poste, até a trela ficar completamente esticada. Depois, correu à volta do poste, com a trela completamente esticada (a trela rodou em torno do poste, nunca se enrolando neste). Já cansado, aproximou-se lentamente do poste, até ficar encostado a este, à espera do Martim.

Seja *d* a distância entre o cão e o poste e seja *t* o tempo que decorre desde que o Martim prendeu o cão ao poste. Qual dos três gráficos seguintes poderá representar a situação descrita? Explica a razão que te leva a rejeitar cada um dos outros dois gráficos.



É de rejeitar o gráfico B, pois o cão, quando correu à volta do poste, permaneceu sempre à mesma distância deste. Como o cão se afastou rapidamente do poste e, já cansado, aproximou-se lentamente deste, é também de rejeitar o gráfico C.
Por conseguinte, o gráfico que poderá representar a situação descrita é o gráfico A.

5. O pai da Catarina utiliza o carro todos os dias para ir trabalhar.

a) Observa a tabela e, supondo que o consumo do automóvel é directamente proporcional à distância percorrida, completa-a.

(d) Distância (km)	20	40	60	120	180
(c) Consumo (l)	1	2	3	6	9

b) Sabendo que o custo do gasóleo é 1,32 euros por litro e o pai da Catarina, por semana, faz em média 500 km, determina quantos euros gasta em combustível por semana.

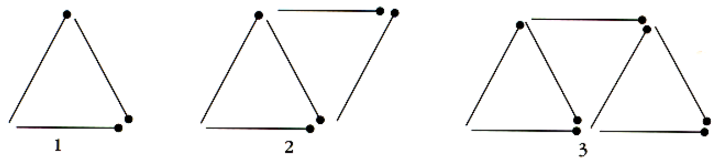
Calculemos o consumo do automóvel para percorrer 500 km: $\frac{20}{1}=\frac{500}{c} \Leftrightarrow c=\frac{500\times 1}{20} \Leftrightarrow c=25$ *(l).*

Logo, o pai da Catarina gasta, em média, por semana, $25\times 1{,}32=33$ *euros em combustível.*

c) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo ***c*** em função de ***d***.

A função pode ser caracterizada por: $c=\frac{d}{20}$, $c=\frac{1}{20}d$ *ou* $c=0{,}05d$.

6. O diagrama mostra uma sequência feita com triângulos. Cada triângulo é construído com fósforos.



a) Completa a tabela:

N.º de triângulos	1	2	3	4	5	6
N.º de fósforos	3	5	7	9	11	13

b) Escreve uma fórmula que permita calcular o número de fósforos utilizados para construir *n* triângulos.

O número de fósforos (F) utilizados para construir n triângulos é dado pela fórmula: $F=2n+1$.

c) Quantos triângulos se podem fazer com 749 fósforos?

Como $749=2n+1 \Leftrightarrow 2n=748 \Leftrightarrow n=374$ *, podem-se construir 374 triângulos com 749 fósforos.*

d) Se tivéssemos 80 fósforos e os utilizássemos para fazer triângulos, sobrar-nos-ia algum? Justifica com os cálculos necessários.

Como $80 = 2n+1 \Leftrightarrow 2n = 79 \Leftrightarrow n = 39{,}5$ *, então 39 é o número máximo de triângulos que é possível construir com 80 fósforos. Assim, sobraria um fósforo:* $80 = (2\times 39+1)+1$.

7. O clube do João utiliza a pista do Estádio Municipal de 5 em 5 dias e o clube do Paulo utiliza a mesma pista de 10 em 10 dias. No dia 20 de Janeiro, os atletas dos dois clubes encontraram-se, no estádio, e treinaram juntos.

Voltaram a encontrar-se durante o mês de Janeiro? Em caso afirmativo, em que dia?

Como o $m.m.c.(5,10) = 10$ *, os atletas dos dois clubes voltaram a encontrar-se decorridos 10 dias, ou seja, no dia 30 de Janeiro.*

8. Sabendo que $m.d.c.(28,a) = 14$ e que $m.m.c.(28,a) = 252$, determina o valor de *a*.

Sabendo que $m.d.c.(a,b)\times m.m.c.(a,b) = a\times b$ *, temos:* $14\times 252 = 28\times a \Leftrightarrow a = \dfrac{14\times 252}{28} \Leftrightarrow a = \dfrac{252}{2} \Leftrightarrow a = 126$.

9. Qual é o máximo divisor comum entre 12 e 24?

[A] $2^2\times 3$ **[B]** $2^3\times 3$ **[C]** $2^5\times 3^2$ **[D]** $2^6\times 3^2$

Resposta A: $m.d.c.(12,24) = m.d.c.(2^2\times 3, 2^3\times 3) = 2^2\times 3$.

10. Tenho 168 bolas de ténis e 126 bolas de golfe.
Quero separá-las em caixas, cada caixa com o mesmo número de bolas de cada tipo.

Qual é o maior número de caixas que posso usar? Qual a composição de cada uma das caixas?

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

Logo, $168 = 2^3\times 3\times 7$ *e* $126 = 2\times 3^2\times 7$ *. Portanto,* $m.d.c.(168,126) = 2\times 3\times 7 = 42$ *.*
Assim, o maior número de caixas que posso usar é 42.

Cada uma das caixas tem a seguinte composição:
$\dfrac{2^3\times 3\times 7}{2\times 3\times 7} = 2^2 = 4$ *bolas de ténis e* $\dfrac{2\times 3^2\times 7}{2\times 3\times 7} = 3$ *bolas de golfe.*

11. Simplifica, usando, sempre que possível, as regras de operações com potências e apresenta o resultado sob a forma de uma única potência de expoente positivo.

a)

$$\begin{aligned} \frac{8^{-7}\times 6^{-7}}{\left[(-48)^4\right]^{-3}} &= \frac{48^{-7}}{(-48)^{-12}} \\ &= \frac{48^{-7}}{48^{-12}} \\ &= 48^5 \end{aligned}$$

b)

$$\frac{\left[(-3)^2\right]^{-4}\times(-2)^8}{2^5\div(-3)^5} = \frac{(-3)^{-8}\times(-2)^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^8\times 2^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}$$

$$= \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^8}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5}$$

$$= \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

c)

$$\frac{(-4)^{-27}\times\left[(-2)^{-3}\right]^9\times\left[(-2)^9\right]^0}{8^{21}\times 8^{-6}\times 2^3} = \frac{(-4)^{-27}\times(-2)^{-27}\times 1}{8^{15}\times 2^3}$$

$$= \frac{8^{-27}}{8^{15}\times 2^3}$$

$$= \frac{\left(2^3\right)^{-27}}{\left(2^3\right)^{15}\times 2^3}$$

$$= \frac{2^{-81}}{2^{45}\times 2^3}$$

$$= \frac{2^{-81}}{2^{48}}$$

$$= 2^{-129}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{129}$$

12. Calcula apresentando o resultado em notação científica.

a)

$$(8,2\times10^5)\times(2\times10^{-1}) = (8,2\times2)\times(10^5\times10^{-1})$$

$$= 16,4\times10^4$$

$$= 1,64\times10^5$$

b)

$$\frac{(0,6\times10^{-2})\times(0,2\times10^{-1})}{0,1\times10^{-3}} = \frac{(0,6\times0,2)\times(10^{-2}\times10^{-1})}{0,1\times10^{-3}}$$

$$= \frac{0,12}{0,1}\times\frac{10^{-3}}{10^{-3}}$$

$$= 1,2\times10^0$$

c)

$$20,2\times10^{14}-0,2\times10^{12} = 20,2\times10^{14}-0,002\times10^{14}$$

$$= (20,2-0,002)\times10^{14}$$

$$= 20,198\times10^{14}$$

$$= 2,0198\times10^{15}$$

13. Há cerca de 60 milhões de células na retina do olho humano.
Em média, uma célula do corpo humano tem de massa 0,000 000 000 8 gramas.

Qual é, aproximadamente, a massa das células que existem na retina do olho humano?

Ora, $60\,Milhões = 10\times10^6 = 1\times10^7$ *e* $0,0000000008\,g = 8\times10^{-10}\,g$.

Logo, o valor pedido é $M = 1\times10^7\times8\times10^{-10}\,g = 8\times10^{-3}\,g$.

14. A mais pequena das aves é o colibri, *Calypte Helenae*, que vive em Cuba, o qual da ponta do bico à ponta da cauda mede 65 milésimas do metro e pesa 2 milésimas do quilograma.

a) Escreve em notação científica os números referidos no texto.

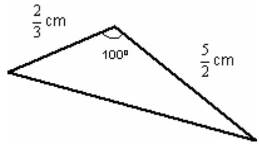
Ora, $0{,}065\,m = 6{,}5\times10^{-2}\,m$ *e* $0{,}002\,kg = 2\times10^{-3}\,kg$.

b) Se a massa de um parasita for de $5\times10^{-9}\,kg$ e um colibri comer por dia a quarta parte da sua massa, quantos parasitas come por dia?

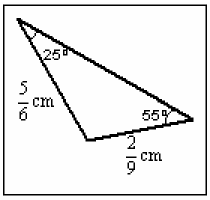
Ora, $\dfrac{\frac{1}{4}\times2\times10^{-3}\,kg}{5\times10^{-9}\,kg} = \dfrac{0{,}5\times10^{-3}}{5\times10^{-9}} = 0{,}1\times10^{6} = 1\times10^{5}$.

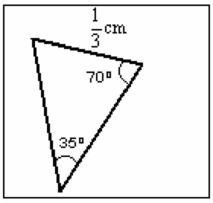
Um colibri come por dia 100.000 parasitas (!!!).

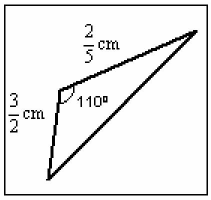
15. Observa o triângulo ao lado.

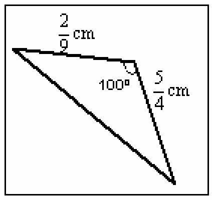


Um triângulo semelhante ao anterior é:

[A] 

[B] 

[C] 

[D] 

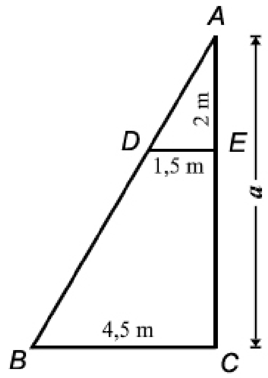
A resposta correcta é A.
Note que o triângulo da resposta A possui um ângulo interno com 100º de amplitude ($180^{\circ}-(25^{\circ}+55^{\circ})=100^{\circ}$ *) e os lados adjacentes a esse ângulo têm comprimentos directamente proporcionais aos assinalados na figura dada (* $\frac{5}{6}\div\frac{5}{2}=\frac{1}{3}$ *e* $\frac{2}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ *) (LAL).*

Os triângulos das respostas B e C não possuem qualquer ângulo com 100º de amplitude.

Relativamente ao triângulo da resposta D, ainda que tenha um ângulo de amplitude 100º, o comprimentos dos lados adjacentes a esse ângulo não são directamente proporcionais aos assinalados na figura dada ($\frac{2}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ *e* $\frac{5}{4}\div\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$ *).*

16. Observa o triângulo e os dados indicados na figura ao lado.

Os segmentos de recta [BC] e [DE] são paralelos.



a) Justifica que os triângulos [ABC] e [ADE] são semelhantes.

Pelo facto de [BC] e [DE] serem paralelos, os ângulos ADE e ABC, quer os ângulos AED e ACB, são geometricamente iguais, pois são ângulos de lados paralelos e da mesma espécie. Logo, os triângulos [ABC] e [ADE] são semelhantes, pois possuem dois ângulos geometricamente iguais, cada um a cada um, de um para o outro dos triângulos.

b) Determina $\overline{AC}$.

Como os triângulos são semelhantes, os lados correspondentes têm comprimentos directamente proporcionais, isto é, $\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$.

Considerando a igualdade entre as duas primeiras razões, vem: $\dfrac{1{,}5}{4{,}5} = \dfrac{2}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \dfrac{4{,}5\times2}{1{,}5} \Leftrightarrow \overline{AC} = 6$.

Portanto, $\overline{AC} = 6\,m$.

FIM