

# Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

## Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho de Matemática

03/02/2011

8.º Ano

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Observa a figura e calcula a área do lago.

*Em vez de decompormos o polígono correspondente ao lago, aproveitemos a decomposição do rectângulo apresentada.*

$$A_{\text{TriânguloG}} = \frac{20 \times 40}{2} = 400 \text{ m}^2 .$$

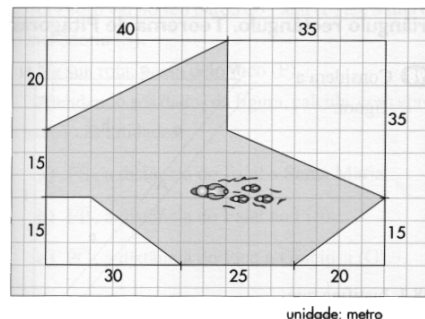
$$A_{\text{TriânguloP}} = \frac{20 \times 15}{2} = 150 \text{ m}^2 .$$

$$A_{\text{TrapézioG}} = \frac{35 + 20}{2} \times 35 = 962,5 \text{ m}^2 .$$

$$A_{\text{TrapézioP}} = \frac{30 + 10}{2} \times 15 = 300 \text{ m}^2 .$$

$$A_{\text{Rectângulo}} = 75 \times 50 = 3750 \text{ m}^2 .$$

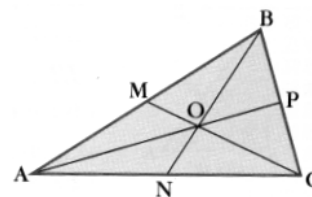
Logo, a área do lago é  $A_{\text{Lago}} = 3750 - (400 + 150 + 962,5 + 300) = 1937,5 \text{ m}^2 .$



2. Na figura está representado um triângulo [ABC] e as respectivas medianas.

a) Que nome dás ao ponto O? Justifica.

*O ponto O é o baricentro do triângulo [ABC], pois é o ponto de intersecção das suas medianas.*



b) Sabendo que  $\overline{AM} = 6 \text{ cm}$ , indica, justificando, o comprimento de [BM].

*Mediana de um triângulo é um segmento de recta que une um vértice do triângulo com o ponto médio do lado oposto. Assim, considerando a mediana [CM], conclui-se que M é o ponto médio do lado [AB].*

*Consequentemente,  $\overline{BM} = \overline{AM} = 6 \text{ cm}$ .*

c) Sabendo que a área do triângulo [BCM] é  $18 \text{ cm}^2$ , indica, justificando, a área do triângulo [ABC].

*A mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos equivalentes, isto é, com a mesma área.*

*Logo, a área do triângulo [ABC] é dupla da do triângulo [BCM], ou seja,  $36 \text{ cm}^2$ .*

3. O triângulo [HLJ] é rectângulo em L e [LI] é a sua altura referente à hipotenusa.

a) Indica um ângulo geometricamente igual ao ângulo ILH.

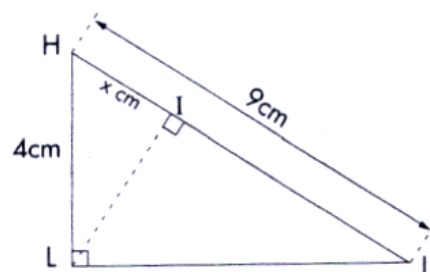
*Um ângulo geometricamente igual a ILH é IJL, pois  $\hat{IHL} + \hat{ILH} = 90^\circ$  e  $\hat{IHL} + \hat{IJL} = 90^\circ$ , donde  $\hat{ILH} = \hat{IJL}$ .*

b) Justifica que o triângulo [HIL] é semelhante ao triângulo [HLJ].

*O ângulo IHL é comum aos dois triângulos considerados.*

*Por outro lado, ambos os triângulos são rectângulos.*

*Logo, os triângulos são semelhantes, pois possuem dois ângulos iguais cada um a cada um.*



c) Determina o valor de x.

Como os triângulos considerados na alínea anterior são semelhantes, então são directamente proporcionais os comprimentos dos lados correspondentes, isto é,  $\frac{\overline{IH}}{\overline{HL}} = \frac{\overline{IL}}{\overline{LJ}} = \frac{\overline{HL}}{\overline{HJ}}$ .

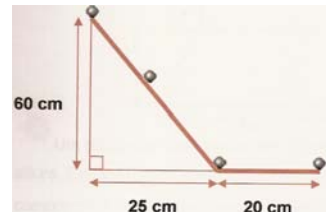
Usando a primeira e terceira razões, temos:  $\frac{x}{4} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow x = \frac{4 \times 4}{9} \Leftrightarrow x = \frac{16}{9}$ .

4. Observa a figura ao lado e determina a distância percorrida pelo berlinde.

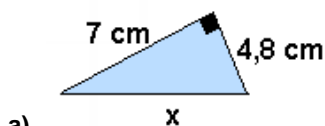
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo, temos:

$$\begin{aligned} h^2 &= 60^2 + 25^2 \Leftrightarrow h^2 = 3600 + 625 \\ &\Leftrightarrow h = \sqrt{4225} \\ &\Leftrightarrow h = 65 \end{aligned}$$

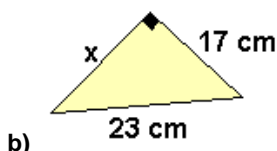
Logo, a distância percorrida pelo berlinde é  $d = 65 + 20 = 85$  cm.



5. Observa os triângulos e determina o valor de x.



$$\begin{aligned} x^2 &= 7^2 + 4,8^2 \Leftrightarrow x^2 = 49 + 23,04 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 72,04 \\ \text{Logo, } x &= \sqrt{72,04} \text{ cm} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x^2 &= 23^2 - 17^2 \Leftrightarrow x^2 = 529 - 289 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 240 \\ \text{Logo, } x &= \sqrt{240} \text{ cm} \end{aligned}$$

6. A figura representa um trapézio rectângulo [ABCD].

De acordo com os dados da figura, calcula a área do trapézio.

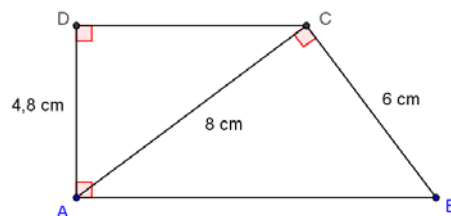
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo [ACD], temos:

$$\begin{aligned} \overline{CD}^2 + 4,8^2 &= 8^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 8^2 - 4,8^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{CD} = \sqrt{64 - 23,04} \\ &\Leftrightarrow \overline{CD} = 6,4 \end{aligned}$$

Considerando o trapézio decomposto nos dois triângulos, vem:

$$A = \frac{\overline{AD} \times \overline{CD}}{2} + \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2} = \frac{4,8 \times 6,4}{2} + \frac{8 \times 6}{2} = 15,36 + 24 = 39,36 \text{ cm}^2.$$

(Em alternativa, determinando ainda  $\overline{AB}$  poder-se-ia calcular a área pela fórmula relativa à área do trapézio.)



7. Dois navios navegam, um para norte e outro para oeste, respectivamente, com as velocidades de 30 km/h e 40 km/h. Sabe-se que largaram à mesma hora e que se encontraram ao fim de 15 horas. A que distância (em linha recta) se encontram os dois portos de onde largaram os dois barcos?

Admitamos que o navio que se desloca para norte parte do porto A e o navio que se desloca para oeste parte do porto B.

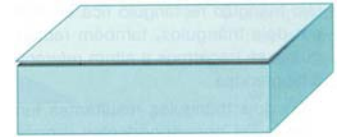
Passadas 15 horas após largarem dos respectivos portos simultaneamente, os navios encontram-se no ponto P. O navio que parte do porto A percorre a distância de 450 km ( $15 \text{ h} \times 30 \text{ km/h} = 450 \text{ km}$ ) e o outro navio percorre 600 km.

Como o triângulo [ABP] é rectângulo (em P), podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= 450^2 + 600^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 202500 + 360000 \\ &\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 562500 \\ \text{Logo, } \overline{AB} &= \sqrt{562500} = 750 \end{aligned}$$

Portanto, os portos distam 750 km um do outro. (Faz um esquema que ilustre a situação)

8. A Carolina tem dois lápis que medem 12 e 15 cm cada um. Averigua se é possível guardá-los na caixa paralelepédica com as dimensões interiores:  $11\text{cm} \times 5\text{cm} \times 3\text{cm}$ .



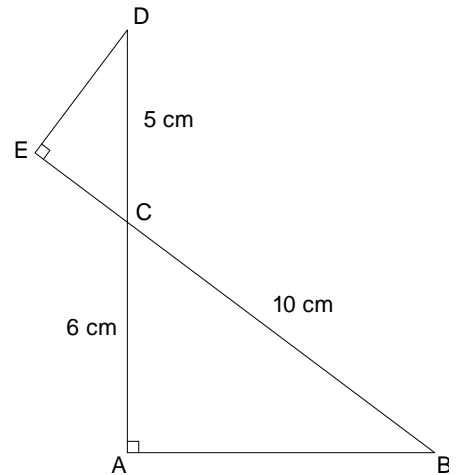
Aplicando o teorema de Pitágoras no espaço, determinemos o comprimento da diagonal espacial da caixa:

$$\begin{aligned} d^2 &= 11^2 + 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow d^2 = 121 + 25 + 9 \\ &\Leftrightarrow d^2 = 155 \\ \text{Logo, } d &= \sqrt{155} \end{aligned}$$

Como  $12 < \sqrt{155} < 15$ , apenas o lápis menor cabe na caixa.

9. Observa a figura ao lado.

- As rectas DA e BE intersectam-se no ponto C
- $\hat{C}ED = \hat{B}AC = 90^\circ$
- $\overline{AC} = 6\text{ cm}$
- $\overline{BC} = 10\text{ cm}$
- $\overline{CD} = 5\text{ cm}$



- a) Mostra que o  $\Delta [ABC]$  tem  $24\text{ cm}^2$  de área.

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo  $[ABC]$ , temos:

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= 10^2 - 6^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 100 - 36 \\ &\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 64 \\ &\Leftrightarrow \overline{AB} = 8 \end{aligned}$$

$$\text{Logo, } A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24\text{ cm}^2.$$

- b) Justifica que  $\Delta [ABC] \sim \Delta [CDE]$ .

Os ângulos  $ECD$  e  $ACB$  são verticalmente opostos, logo são geometricamente iguais. Por outro lado, ambos os triângulos são rectângulos.

Logo, os triângulos  $[ABC]$  e  $[CDE]$  são semelhantes, pois possuem dois ângulos iguais cada um a cada um.

- c) Determina o perímetro do triângulo  $[CDE]$ .

O triângulo  $[CDE]$  é uma redução do triângulo  $[ABC]$ , de razão  $r = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ .

Logo, o perímetro do triângulo  $[CDE]$  é metade do perímetro do triângulo  $[ABC]$ , isto é,

$$P_{[CDE]} = \frac{P_{[ABC]}}{2} = \frac{8 + 6 + 10}{2} = 12\text{ cm}.$$

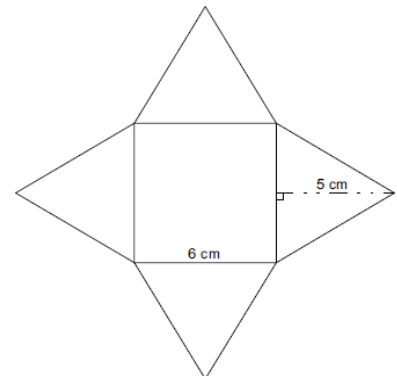
10. Na figura está representada a planificação de uma pirâmide quadrangular regular.

- a) Calcula a área total da pirâmide.

$$\text{A área da base é: } A_b = 6 \times 6 = 36\text{ cm}^2.$$

$$\text{A área de uma face lateral é: } A_{\text{L}} = \frac{6 \times 5}{2} = 15\text{ cm}^2.$$

$$\text{Logo, a área total da pirâmide é } A_T = 36 + 4 \times 15 = 96\text{ cm}^2.$$



b) Determina a altura da pirâmide.

A altura e o apótema da pirâmide são, respectivamente, um cateto e a hipotenusa de um triângulo rectângulo, cujo outro cateto é um segmento com comprimento igual a metade do comprimento da aresta da base. (Desenha a pirâmide e constrói esse triângulo rectângulo)

Assim, aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$h^2 = 5^2 - 3^2 \Leftrightarrow h^2 = 25 - 9$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 16$$

$$\text{Logo, } h = 4$$

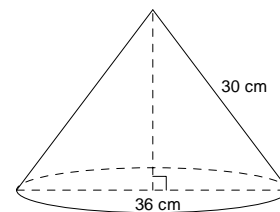
Portanto, a pirâmide tem 4 cm de altura.

c) Calcula o volume da pirâmide.

$$\text{A pirâmide tem de volume } V = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 4 = 48 \text{ cm}^3.$$

11. Observa a figura:

A geratriz do cone tem 30 cm e o diâmetro da base tem 36 cm. Determina o volume do cone.



Começando por calcular a altura do cone, temos:

$$h^2 = 30^2 - 18^2 \Leftrightarrow h^2 = 900 - 324$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 576$$

$$\text{Logo, } h = 24 \text{ cm}$$

$$\text{Portanto, o cone tem de volume } V = \frac{1}{3} \times (\pi \times 18^2) \times 24 = 8 \times 324 \times \pi = 2592\pi \text{ cm}^3.$$

12. A Luísa está doente.

Entre as 8 h e as 14 h a mãe mediu a temperatura hora a hora e registou-a na seguinte tabela:

Hora do dia	8	9	10	11	12	13	14
Temperatura em °C	38	36,5	37	39	37,5	36	38

a) Justifica que a temperatura da Luísa é função da hora do dia.

A correspondência entre o conjunto das horas do dia consideradas e o conjunto das temperaturas registadas é uma correspondência unívoca, isto é, a cada hora considerada corresponde um e um só registo de temperatura, pelo que a correspondência é função.

b) Sendo  $f$  a função que a cada hora faz corresponder a temperatura da Luísa, indica:

**b1)** a imagem de 11 por  $f$  ;

A imagem de 11 por  $f$  é  $f(11) = 39$  .

**b2)** o objecto que tem por imagem 37

O objecto que tem por imagem 37 é 10.

**b3)**  $f(8)$  e  $f(12)$  .

$f(8) = 38$  e  $f(12) = 37,5$  .

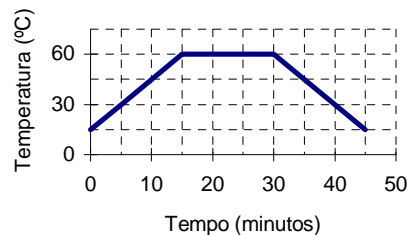
c) Indica o domínio e o contradomínio de  $f$  .

O domínio da função é  $D_f = \{8,9,10,11,12,13,14\}$  e o contradomínio é  $D'_f = \{36;36,5;37;37,5;38;39\}$  .

**13. Qual é a resposta correcta?**

O gráfico seguinte traduz o aquecimento de uma panela de água. Por observação do gráfico, podemos afirmar que:

- [A] a temperatura inicial da água é de 0° C.
- [B] a temperatura máxima atingida pela água é de 45° C.
- [C] a água permaneceu na sua temperatura máxima durante 45 minutos.
- [D] a água levou 15 minutos a voltar da temperatura máxima à temperatura de 15° C.

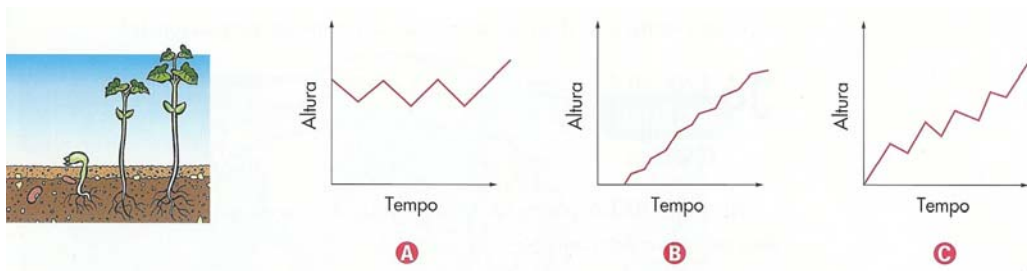


A resposta correcta é D.

**14. Cada gráfico conta uma história...**

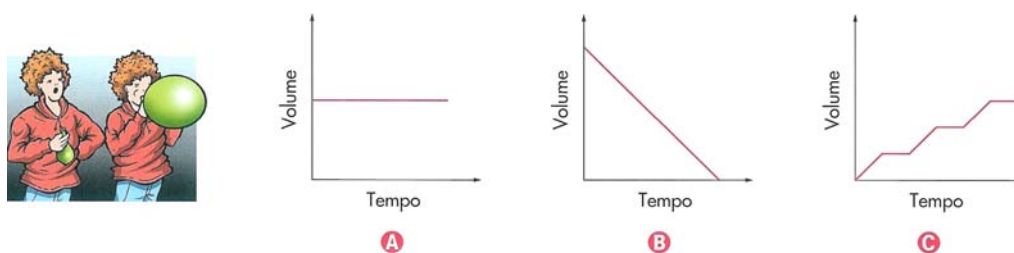
Observa os gráficos e decide qual o que se adapta melhor a cada história.

- a) A Clara plantou um feijão, que germinou e cresceu. A sua altura foi medida diariamente.



O gráfico que melhor se adapta é o B.

- b) A Mariana está a encher um balão.



O gráfico que melhor se adapta é o C.

**15. O Sr. Carlos tem uma fotocopiadora nova na sua secção.**

Observa a tabela, onde está registado o número de fotocópias que a máquina tira em função do tempo:

Tempo (em minutos) ( <i>t</i> )	2	3	5	8
N.º de fotocópias ( <i>n</i> )	60	90	150	240

- a) Qual é a variável independente? E a variável dependente?

A variável independente é “tempo” (*t*) e a variável dependente é “número de fotocópias” (*n*).

- b) A função é de proporcionalidade directa? Justifica.

Sim, a função é de proporcionalidade directa, pois é constante a razão entre o número de fotocópias tiradas e o tempo gasto nessa operação:  $k = \frac{60}{2} = \frac{90}{3} = \frac{150}{5} = \frac{240}{8} = 30$ .

- c) Escreve uma expressão analítica da função, escrevendo *n* em função de *t*.

A expressão pedida pode ser:  $n = 30t$ .



**b2)** determina o objecto cuja imagem é  $-4$ .

Pretendemos determinar  $x$ , tal que  $f(x) = -4$ . Ora,

$$\begin{aligned} f(x) = -4 &\Leftrightarrow \frac{x}{3} - 1 = -4 \\ &\Leftrightarrow \frac{x}{3} = -3 \\ &\Leftrightarrow x = -9 \end{aligned}$$

Logo,  $-9$  é o objecto cuja imagem é  $-4$ .

**c)** Alguma das 4 funções consideradas é de proporcionalidade directa? Justifica.

Nenhuma das funções é de proporcionalidade directa, pois a função de proporcionalidade directa é caracterizada por uma expressão analítica do tipo  $y = k \cdot x$  (o seu gráfico é constituído por um conjunto de pontos pertencentes a uma recta que passa pela origem do referencial).

**18.** Considera as funções  $f$  e  $g$  definidas por  $f(x) = -2x + 4$  e  $g(x) = 3x - 1$ .

**a)** Determina  $x$  tal que  $f(x) = g(x)$ .

Ora,

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow -2x + 4 = 3x - 1 \\ &\Leftrightarrow -5x = -5 \\ &\Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

Logo,  $x = 1$  é o valor de  $x$  para o qual as imagens por  $f$  e por  $g$  são iguais.

**b)** Indica as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico de  $f$  com o gráfico de  $g$ .

Como  $f(1) = -2 \times 1 + 4 = 2$  (e  $g(1) = 3 \times 1 - 1 = 2 = f(1)$ ), o ponto de intersecção dos gráficos de  $f$  e  $g$  tem as coordenadas  $(1, 2)$ .

**c)** Representa graficamente as funções no mesmo referencial cartesiano e verifica a resposta da alínea anterior.

$x$	$y = -2x + 4$		$x$	$y = 3x - 1$	
0	4	$A(0, 4)$	0	-1	$C(0, -1)$
2	0	$B(2, 0)$	2	5	$D(2, 5)$

Verifica-se que o ponto de intersecção dos gráficos de  $f$  e  $g$  é o ponto  $P(1, 2)$ .

