Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Teste Formativo de Matemática

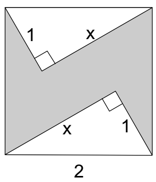
05/12/2000 **8.º Ano**

Nome: ____ *N.º:*_____ *Turma:* ___

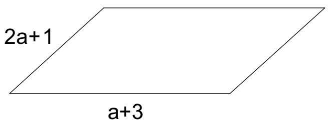
1. Verdadeiro ou falso?

Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

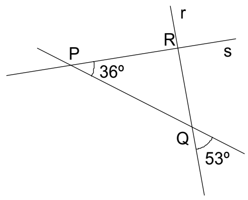
- ☐ Num triângulo isósceles, uma das medianas está contida no eixo de simetria do triângulo.
- ☐ Se uma figura é uma redução de outra figura, então estas figuras nunca podem ser equivalentes.
- ☐ A figura seguinte é constituída por um quadrado e dois triângulos rectângulos geometricamente iguais.
  A medida da área sombreada é $4-\sqrt{3}$.



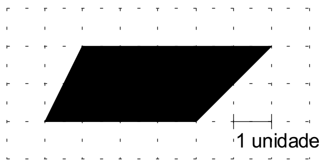
- ☐ Um trapézio tem sempre um eixo de simetria.
- ☐ Se duas rectas no espaço não se intersectam, então são paralelas.
- ☐ A expressão $6a+4$ permite determinar o perímetro do paralelogramo da figura.



- ☐ Há infinitas rectas perpendiculares a um plano.
- ☐ As rectas r e s, da figura ao lado, são perpendiculares.



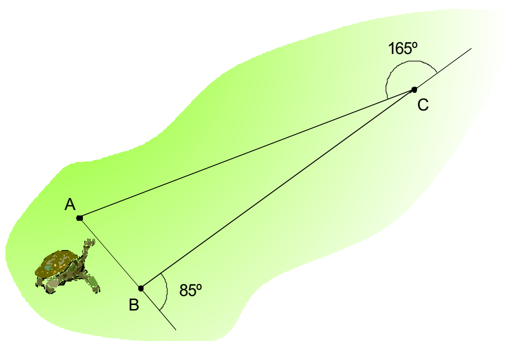
- ☐ A diagonal de um cubo de 1 cm de aresta tem de comprimento $\sqrt{2}$ centímetros.
- ☐ O baricentro de um triângulo é o ponto de encontro das alturas.
- ☐ Uma recta é perpendicular a um plano se é perpendicular a uma recta desse plano.
- ☐ Tomando como unidade de comprimento o lado de uma quadrícula, a medida da área do trapézio é 9.



2. A tartaruga percorreu o triângulo [ABC]. Na figura estão assinalados os ângulos que teve de rodar para mudar de direcção quando atingiu os vértices B e C.

a) Determina a amplitude de cada um dos ângulos internos do triângulo [ABC].

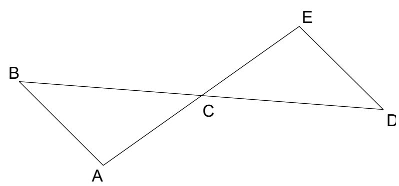
b) Se a tartaruga andou sempre à mesma velocidade, indica qual o lado do triângulo que levou mais tempo a percorrer. Justifica.



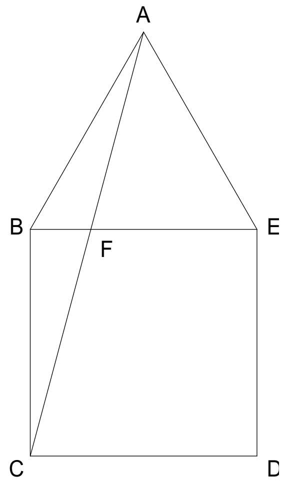
3. Da figura ao lado sabe-se:

- $[AB]\ //\ [DE]$;
- $\overline{BC}=\overline{CD}$.

Justifica que os triângulos [ABC] e [CDE] são geometricamente iguais.



4. Na figura, [ABE] é um **triângulo equilátero** e [BEDC] um **quadrado**.



a) Considerando apenas as letras da figura, indica:

Questão	*Resposta*
Dois ângulos verticalmente opostos	
Dois ângulos adjacentes	
Dois ângulos de lados directamente paralelos (de lados paralelos dois a dois e da mesma espécie)	
Um ângulo externo do triângulo [ABF]	

b) Justifica as seguintes afirmações.

b1) $A\hat{F}E = F\hat{B}A + B\hat{A}F$.

b2) $B\hat{C}A = B\hat{A}C$ (repara que $\overline{BC} = \overline{BA}$).

b3) $F\hat{C}D + C\hat{F}E = 180º$.

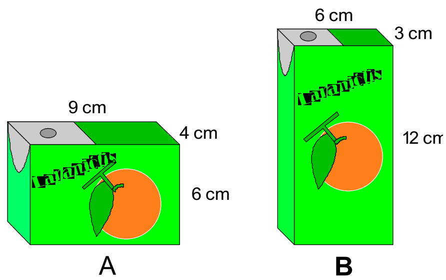
c) Descrevendo o teu raciocínio, determina $F\hat{C}D$.

d) Sabendo que a área do quadrado é 49 cm^2, determina o perímetro do pentágono [AEDCB].

5. Observa estes dois pacotes de sumo de laranja.

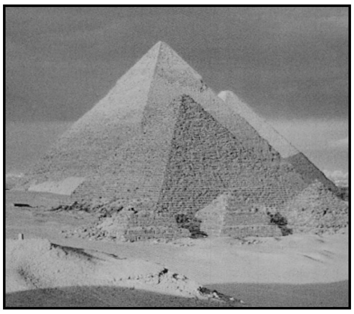
a) Verifica que os dois pacotes têm o mesmo volume.

b) Os dois pacotes levam a mesma quantidade de sumo, no entanto um dos pacotes precisa de menos cartão que o outro. Justificando, conclui então qual dos pacotes fica mais económico.



6. Há mais de 4.000 anos que **as Pirâmides de Gizé** são consideradas uma das maravilhas do Mundo. A primeira e maior, conhecida por Grande Pirâmide, era o monumento do Faraó Khufu (Quéops para os Gregos), que reinou entre 2590 e 2567 a. C.

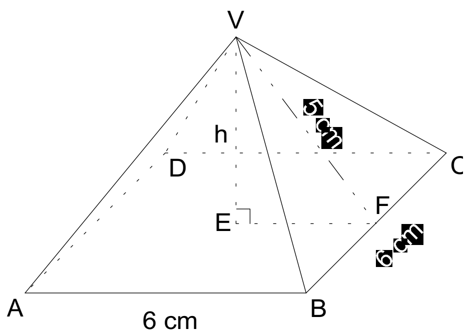
A Grande Pirâmide tem 146 metros de altura e a sua base é um quadrado com 229 metros de lado. Foi construída com cerca de 2.300.000 blocos de pedra, pesando em média mais de 2,5 t cada um.



a) Determina o volume aproximado da Grande Pirâmide.

b) Admitindo que o apótema da Grande Pirâmide é 185 metros, determina a área aproximada em contacto com a atmosfera e compara-a com a área média de um campo de futebol (8.500 m^2).

7. Nas figura está representada uma pirâmide quadrangular regular.



a) Completa de forma a obteres afirmações verdadeiras.

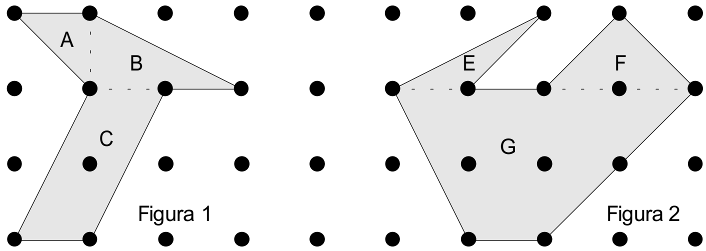
a1) A aresta __________ é uma aresta paralela à aresta [AB];

a2) A recta __________ é uma recta perpendicular à recta BC;

a3) A recta VB é uma recta ___________________ ao plano que contém face [ABCD].

b) Calcula o volume da pirâmide.

8. Considera as figuras nas quais se fez a seguinte decomposição:



a) Completa o quadro.

Figura 1	Cálculo	Área
A		
B		
C		
Total		

Figura 2	Cálculo	Área
E		
F		
G		
Total		

b) Qual é o volume de um prisma recto de base igual à figura 1 e de altura 10 unidades?

c) O perímetro da **figura 1** é traduzido pela expressão:

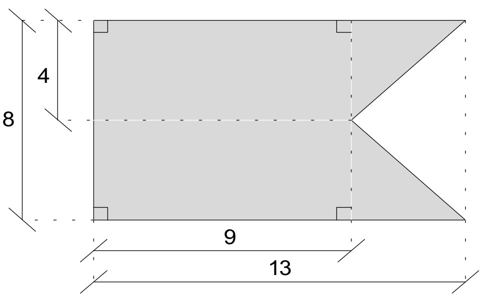
[A] $P = 1 + \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} + \sqrt{2}$;

[B] $P = 1 + \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} + \sqrt{1}$;

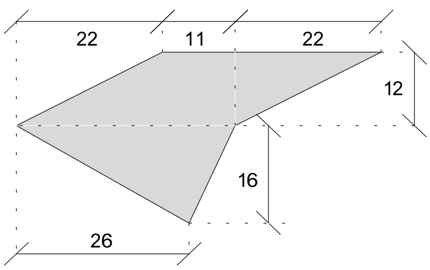
[C] $P = 1 + \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} + \sqrt{1}$;

[D] nenhuma das respostas anteriores é correcta.

9. Calcula a área das seguintes figuras. (As medidas indicadas são em centímetros).



a)



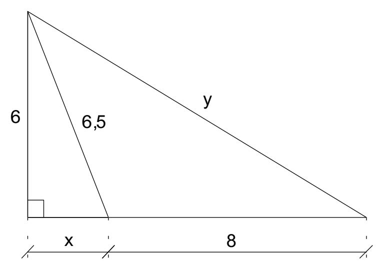
b)

10. Desenha um triângulo qualquer, traça **a mediana** relativamente a um dos vértices e mostra que o triângulo ficou dividido em duas figuras (triângulos) equivalentes.

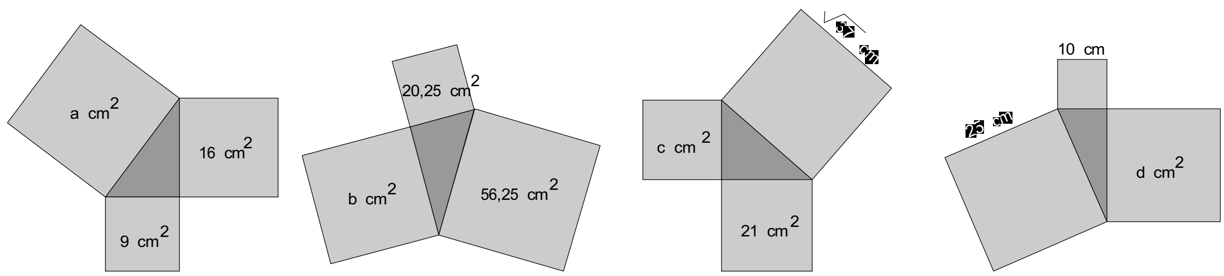
11.

a) Enuncia o teorema de Pitágoras.

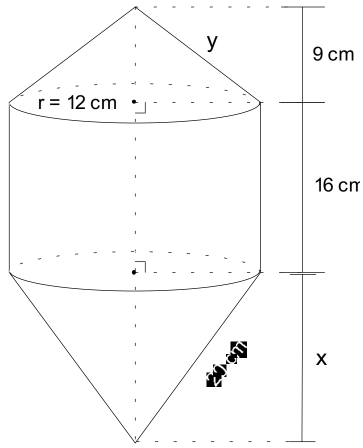
b) Relativamente à figura ao lado, calcula **x** e **y** com duas casas decimais.



12. Cada uma das figuras é constituída por **um triângulo rectângulo e três quadrados** justapostos aos lados do triângulo. Determina a, b, c e d.



13. O sólido da figura foi obtido unindo dois cones e um cilindro pelas bases.

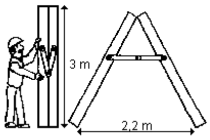


a) Determina a altura do sólido.

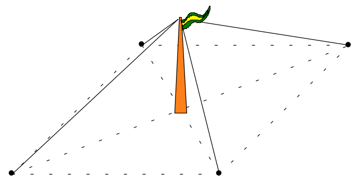
b) Determina a área da superfície cónica superior do sólido.

c) Determina, em litros, a capacidade do sólido.

14. Dois navios navegam, um para norte e outro para oeste, respectivamente com as velocidades de 30 km/h e 40 km/h. Sabe-se que largaram à mesma hora e que se encontraram ao fim de 15 horas. A que distância (em linha recta) se encontram os dois portos de onde largaram os dois barcos?



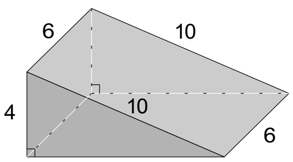
15. Um escadote tem 3 metros de altura quando está fechado. Determina a altura do escadote aberto sabendo que a distância máxima entre os seus «pés» é de 2,2 metros.



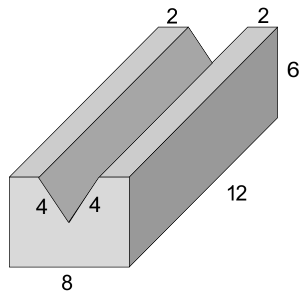
16. Para segurar um mastro de 5 metros de altura, utilizaram-se cabos presos ao solo em quatro pontos que correspondem aos vértices de um quadrado de lado 10 m. Determina quantos metros de cabo foram necessários.

17. Calcula o volume, com 1 c. d., de cada um dos sólidos seguintes:
(As medidas são em metros)

a)

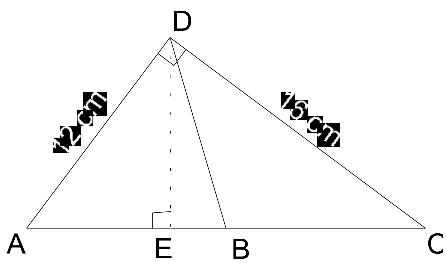


b)



18. Observa a figura ao lado:

- [ADC] é um triângulo rectângulo em D;
- B é o ponto médio de [AC];
- $\overline{AB} = 10$ cm

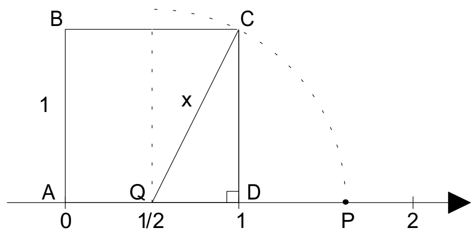


a) Mostra que os triângulos [ABD] e [DBC] são equivalentes.

b) Calcula $\overline{DE}$.

19. Observa e analisa com cuidado a figura:

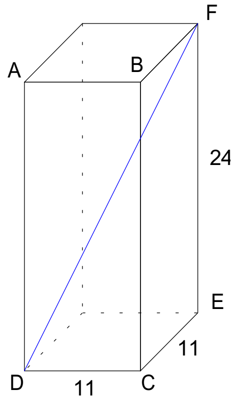
- [ABCD] é um quadrado;
- O arco CP é um arco de circunferência de centro Q.



a) Mostra que $x = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

b) Qual é a abcissa de P?

20. A figura representa um prisma quadrangular, em perspectiva. (Dimensões em cm.)



a) Calcula:

a1) A diagonal do prisma;

a2) O volume do prisma.

b) O triângulo [ABF] é rectângulo; o triângulo [CEF] é rectângulo. Indica, em cada caso, o ângulo recto.

c) Calcula $\overline{AF}$, com uma casa decimal.

d) Calcula $\overline{CF}$, com duas casas decimais.

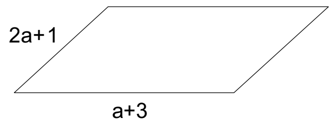
21. Resolve as seguintes equações:

a) $2-(x-4)=4-2(1-x)$

b) $\frac{1-2x}{3}=4-(\frac{1}{2}-x)$

22. O paralelogramo da figura tem 3,38 metros de perímetro.
(As dimensões estão em centímetros)

Determina o valor de a.



23. A soma de três números ímpares consecutivos é 99.
Determina os números.

24. Num triângulo isósceles, o comprimento do lado diferente é um terço do comprimento dos outros dois lados. Sabendo que o perímetro é 140 m, calcula a medida de cada um dos lados.

25. A minha irmã tem um terço da idade da minha mãe, que por sua vez tem metade da idade da minha avó. A soma das idades das três é 110 anos. Qual é a idade da minha irmã?

Soluções

1. De cima para baixo e da esquerda para a direita:
V, V, V, F, F, F, V, F, F, F, F, V.

2.

a) $\hat{A}=70^\circ$, $\hat{B}=95^\circ$ e $\hat{C}=15^\circ$.

b) O lado $[AC]$, pois, num triângulo, ao maior ângulo opõe-se o maior lado.

3. Aplicar o critério ALA, justificando.

4.

a) De cima para baixo: Os ângulos AFE e BFC (p.e.); os ângulos EBA e EBC (p.e.); os ângulos AFE e ACD (p.e.); o ângulo BFC (p.e.).

b1) $A\hat{F}E=F\hat{B}A+B\hat{A}F$, pois, no triângulo [ABF], o ângulo AFE é um ângulo externo e os ângulos FBA e BAF são dois internos não adjacentes e, como sabemos, um ângulo externo é igual à soma dos internos que lhe não são adjacentes.

b2) $B\hat{C}A = B\hat{A}C$ (repara que $\overline{BC} = \overline{BA}$), pois como no triângulo [ABC] os lados [BA] e [BC] são iguais opõem-se-lhes ângulos iguais - os ângulos BCA e BAC, respectivamente.

b3) $F\hat{C}D + C\hat{F}E = 180º$, pois os ângulos são suplementares, visto serem ângulos que têm dois lados directamente paralelos e dois lados inversamente paralelos.

c) Como o triângulo [ABE] é equilátero também é equiângulo, logo $A\hat{B}E = 60º$. Como [BCDE] é um quadrado, então $E\hat{B}C = 90º$. Logo,
$A\hat{B}C = A\hat{B}E + E\hat{B}C = 60º + 90º = 150º$.
Considerando o triângulo [ABC], temos:
$B\hat{A}C + B\hat{C}A = 180º - A\hat{B}C = 180º - 150º = 30º$. Como já vimos na alínea b2), $B\hat{C}A = B\hat{A}C$, logo
$B\hat{C}A = B\hat{A}C = 30º \div 2 = 15º$.
Portanto, $F\hat{C}D = B\hat{C}D - B\hat{C}A = 90º - 15º = 75º$.

d) Sabendo que a área do quadrado é 49 cm^2, então o comprimento do seu lado é $l = \sqrt{49cm^2} = 7cm$.
Como o pentágono [AEDCB] tem os lados todos iguais, o seu perímetro é $P = 5 \times l = 5 \times 7cm = 35cm$.

5.

a) $V_A = V_B = 216$ centímetros cúbicos.

b)

$$\begin{aligned} A_A &= 2 \times A_b + A_l \\ &= 2 \times (9 \times 4) + [2 \times (9 \times 6) + 2 \times (4 \times 6)] \\ &= 72 + 108 + 48 \\ &= 228 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} A_B &= 2 \times A_b + A_l \\ &= 2 \times (6 \times 3) + [2 \times (3 \times 12) + 2 \times (6 \times 12)] \\ &= 36 + 72 + 144 \\ &= 252 \end{aligned}$$

centímetros quadrados.
É mais económico o pacote A.

6.

a)

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \times A_b \times h \\ &= \frac{1}{3} \times (229 \times 229) \times 146 \\ &\approx 2.552.129 \,(1\text{c.d.}) \end{aligned}$$

metros cúbicos.

b)

$$\begin{aligned} A_l &= 4 \times \frac{b \times a_p}{2} \\ &= 4 \times \frac{229 \times 185}{2} \\ &= 84.730 \end{aligned}$$

metros quadrados.
A área aproximada da Grande Pirâmide em contacto com a atmosfera é de 85.000 m^2. Esta área é aproximadamente a área média de 10 campos de futebol.

7.

a) [CD]; AB (p.e.); oblíqua.

b) Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo rectângulo [VEF], temos:

$$h^2 + 3^2 = 5^2$$
$$h^2 = 25 - 9$$
$$h = \sqrt{16}$$
$$h = 4$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \times A_b \times h \\ &= \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 4 \\ &= 48 \end{aligned}$$

A pirâmide tem 48 cm^3 de volume

8.

a)

Figura 1	Cálculo	Área
A	$\frac{1 \times 1}{2}$	0,5
B	$\frac{2 \times 1}{2}$	1
C	1×2	2
Total		**3,5**

Figura 2	Cálculo	Área
E	$\frac{1 \times 1}{2}$	0,5
F	$\frac{2 \times 1}{2}$	1
G	$\frac{1+4}{2} \times 2$	5
Total		**6,5**

b) $V_{Prisma} = A_b \times h = 3{,}5 \times 10 = 35$ u.v..

c) O perímetro da **figura 1** é traduzido pela expressão:
$P = 1 + \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} + \sqrt{2}$ (começando no lado superior e rodando no sentido dos ponteiros do relógio).

9.

a) 88 centímetros quadrados.

b) 660 centímetros quadrados.

11.

b)

$x^2 + 6^2 = 6{,}5^2$
$x = \sqrt{6{,}5^2 - 6^2}$
$x = 2{,}50 \quad (2\text{ c.d.})$

e

$y^2 = 6^2 + (2{,}5 + 8)^2$
$y = \sqrt{6^2 + 10{,}5^2}$
$y = 12{,}09 \quad (2\text{ c.d.})$

12. 25; 36; 16 e 525.

13.

a)

$$x^2 + 12^2 = 20^2$$
$$x = \sqrt{20^2 - 12^2}$$
$$x = 16$$

Logo, a altura do sólido é 41 cm (9+16+16).

b)

$$y^2 = 12^2 + 9^2$$
$$y = \sqrt{12^2 + 9^2}$$
$$y = 15$$

$$\begin{aligned} A_L &= \pi \times r \times g \\ &= \pi \times 12 \times 15 \quad \text{(ou estabelece uma proporção)} \\ &= 565 \quad (0\text{ c.d.}) \end{aligned}$$

A superfície cónica superior tem 565 cm^2 de área.

c)

$$\begin{aligned} V_T &= V_{CS} + V_{CIL} + V_{CI} \\ &= (\tfrac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 9) + (\pi \times 12^2 \times 16) + (\tfrac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 16) \\ &= \pi \times 12^2 \times (\tfrac{9}{3} + 16 + \tfrac{16}{3}) \\ &\approx 11008 \quad (0\text{ c.d.}) \end{aligned}$$

$11008\,cm^3 \;=\; 11{,}008\,dm3 \;=\; 11{,}008\,l$
O capacidade do sólido é aproximadamente 11 litros.

14. 750 Km.
Faz um esquema. (Poderás obter um triângulo rectângulo de catetos 450 e 600 Km. Porquê?)

15. 2,8 m (1 c.d.).

16. 35 metros.

17.

a) 110,0 metros cúbicos.

b) 492,9 metros cúbicos.

18.

b) 9,6 centímetros.
$\frac{12 \times 16}{2} = \frac{20 \times \overline{DE}}{2}$ (porquê?).

19.

a) Aplica o teorema de Pitágoras no triângulo[CDQ].

b) A abcissa de P é $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

20.

a1) 28,6 (1 c.d.) centímetros.

a2) 2904 centímetros cúbicos.

b) Os ângulos ABF e CEF, respectivamente.

c) 15,6 (1 c.d.) centímetros.

d) 26,40 (2 c.d.) centímetros.

21.

a) $x = \frac{4}{3}$.

b) $x = -\frac{19}{10}$.

22. $a = 55$
$2 \times (2a+1) + 2 \times (a+3) = 338 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow a = 55$

23. Os números são: 31, 33 e 35.
Designando o menor dos números por x, temos:
$x + (x+2) + (x+4) = 99 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = 31$.

24. Os lados têm 20, 60 e 60 metros.
Designando o comprimento do lado diferente por x, temos:
$3x + 3x + x = 140 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = 20$.

25. Onze anos.
Designando a idade da irmã por x, temos:
$x + 3x + 6x = 110 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x = 11$.

O Professor