Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

10/11/2009 **Turma A** **7.º Ano**

Nome: ______________________________	*N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Verdadeiro ou falso?
Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

$\boxed{\text{V}}$ 1024 é um quadrado perfeito.

$\boxed{\text{F}}$ Se $x = 2$, então o valor da expressão $3x+1$ é 33.

$\boxed{\text{F}}$ $11{,}090$ é o valor arredondado às milésimas de $\sqrt{123}$.

$\boxed{\text{F}}$ $1^{12} = 12^{1}$.

$\boxed{\text{V}}$ Se o comprimento de um rectângulo é 3 cm e a largura é x cm, então a sua área, em centímetros quadrados, pode ser expressa por $3x$.

$\boxed{\text{F}}$ Nenhum múltiplo de 3 é número primo.

2. Nesta última década, tem-se descoberto novos números primos sensivelmente ao ritmo de um por ano.
Lê com atenção a informação seguinte:

> No dia 18 de Fevereiro de 2005, o Dr. Martin Nowak, um cirurgião oftalmologista alemão, descobriu o maior número primo conhecido até então: $2^{25964951}-1$. Este número primo tem **7816230 dígitos**, quando escrito na forma decimal. Foram precisos mais de 50 dias de cálculos no computador Pentium 4 a 2,4 GHz do Dr. Nowak.
>
> 
>
> $$2^{25964951}-1=\underbrace{122164630061\ \ldots\ 280577077247}_{7816230\,\textit{dígitos}}$$
>
> Este número, escrito na forma decimal, ocupa 1709 páginas em formato A4, escrevendo 61 linhas por página e 75 dígitos por linha.
>
> Adaptado de http://www.mersenne.org/prime.htm

a) Diz o que é um número primo.
Indica o menor número primo e outro com dois dígitos.

Um número primo é um número natural que admite apenas dois divisores: a unidade e o próprio número.
O menor número primo é 2; um outro, com dois dígitos, é 13 (por exemplo).

b) Baseando a tua resposta nos critérios de divisibilidade, justifica que o <u>número de dígitos</u> do número primo descoberto em 18 de Fevereiro de 2005 é um número divisível por 3.

Como a soma dos algarismos do número 7816230 ($7+8+1+6+2+3+0=27$) é um múltiplo de 3, então o número em questão é divisível por 3.

c) Decompõe o número 120 num produto de factores primos, apresentando o resultado com potências.
Sem efectuares a divisão, indica, justificando, se o número 120 é divisível por 15.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$.

Como $15 = 3\times 5$ *e os factores 3 e 5 existem na decomposição do número 120, então 120 é divisível por 15.*

3. Calcula:

a)

$$6^2 - 3\times\sqrt{121} = 36 - 3\times 11 = 36 - 33 = 3$$

b)

$$7^2 - \left(\frac{\sqrt{81}}{3} + \frac{\sqrt{36}}{2}\right)\times 4 = 49 - \left(\frac{9}{3} + \frac{6}{2}\right)\times 4 = 49 - (3+3)\times 4 = 49 - 6\times 4 = 49 - 24 = 25$$

4. <u>Utilizando sempre que possível as regras das operações com potências</u>, calcula o valor das seguintes expressões:

a)

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3 \times \frac{2}{\sqrt{9}} = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{128}{2187}$$

b)

$$5^4 \times 5^2 - \left(5^2\right)^3 + \sqrt[3]{64} = \cancel{5^6} - \cancel{5^6} + 4 = 0 + 4 = 4$$

5. Completa a tabela, utilizando a calculadora para determinar valores aproximados do número indicado:

Número: $\sqrt{57}$	Com erro inferior a		
	1 unidade	**1 décima**	**1 centésima**
Valor aproximado por defeito	7	7,5	7,54
Valor aproximado por excesso	8	7,6	7,55

6. Associa a cada expressão um enunciado:

$2x^3$	❶	**A**	A diferença do quadrado de dois números.
$3c + d \div 2$	❷	**B**	O dobro do cubo de um número
$a^2 - b^2$	❸	**C**	O quadrado da diferença de dois números.
$(a-b)^2$	❹	**D**	O cubo do dobro de um número.
$(2x)^3$	❺	**E**	A soma do triplo de um número com metade de outro número.

RESPOSTA	❶	❷	❸	❹	❺
Indica a letra correspondente:	**B**	**E**	**A**	**C**	**D**

7. Calcula o valor da expressão:

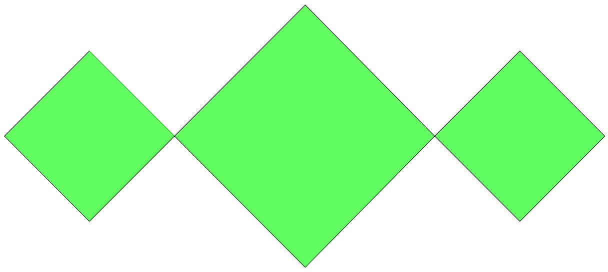
a) $x^2 + 4x + 5$ para $x = \frac{1}{3}$.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4\times\frac{1}{3} + 5 = \underset{(1)}{\frac{1}{9}} + \underset{(3)}{\frac{4}{3}} + \underset{(9)}{5} = \frac{1}{9} + \frac{12}{9} + \frac{45}{9} = \frac{58}{9}$$

b) $\dfrac{3ab}{b+\sqrt{a}}$ para $a = 25$ e $b = 4$.

$$\frac{3\times 25\times 4}{4+\sqrt{25}} = \frac{300}{4+5} = \frac{300}{9} = \frac{100}{3}$$

8. O Sr. António possui no seu jardim três canteiros quadrados, com as áreas e a disposição indicadas na figura ao lado.



a) Determina, com aproximação ao centímetro e por excesso, o comprimento do lado do canteiro maior.

$l_G = \sqrt{10} \simeq 3{,}17$.

Com aproximação ao centímetro e por excesso, o lado do canteiro maior tem 3,17 metros de comprimento.

b) Se cada metro de rede custar 2 €, quanto terá de gastar o Sr. António para vedar estes canteiros, sabendo que a rede é vendida em número inteiro de metros?

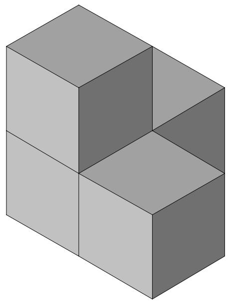
Nota: Se não resolveste a alínea anterior, considera que o valor aí pedido é 4,15 metros.

O comprimento dos lados dos outros canteiros é $l_P = \sqrt{4} = 2$ *metros.*

O perímetro da área a vedar é $P = 4 \times 2 + 4 \times 3{,}17 + 4 \times 2 = 28{,}68$ *metros.*

O Sr. António deverá comprar 29 metros de rede, pelo que terá de gastar $29 \times 2 = 58$ *euros.*

9. O sólido da figura é constituída por 4 cubos iguais justapostos.
O volume total do sólido é 32 cm^3.



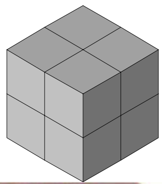
a) Determina o comprimento da aresta de cada cubo.

O volume de cada um dos cubos é $V_C = \frac{32}{4} = 8$ cm^3*:*

Assim, a sua aresta tem de comprimento $a = \sqrt[3]{8} = 2$ *cm.*

b) Qual é o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo? Desenha esse cubo.

É 4 o menor número de cubos iguais a esses que são necessários para que, juntando-os ao conjunto da figura, se possa construir um cubo. Esse cubo está desenhado à direita (em tamanho reduzido).



10. O Pedro anotou o 1.º Prémio da Lotaria Popular na própria cautela, mas devido à chuva dois dos algarismos ficaram ilegíveis.

Apenas se recorda que o 1.º Prémio era um número de cinco algarismos (**5 6 ██ 9**), múltiplo de 3 e que os algarismos das dezenas e das centenas eram ímpares e iguais.

Recorrendo aos critérios de divisibilidade (não à calculadora) e explicando o teu raciocínio, ajuda o Pedro a descobrir o número do 1.º Prémio.

Há cinco hipóteses de escolher os algarismos em falta: 11, 33, 55, 77, 99.

Hipótese	1.º Prémio	Soma dos algarismos do 1.º Prémio	A soma dos algarismos do 1.º Prémio é divisível por 3?
11	56119	5+6+1+1+9 = 22	Não
33	56339	5+6+3+3+9 = 26	Não
55	56559	5+6+5+5+9 = 30	SIM
77	56779	5+6+7+7+9 = 34	Não
99	56999	5+6+9+9+9 = 38	Não

O número do 1.º Prémio é 56559, pois, das 5 hipóteses possíveis, é o único número que é divisível por 3, visto a soma dos seus algarismos ser um múltiplo de 3.

FIM