

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

08/03/2005

Turma D

7.º Ano

Nome: _____	N.º: _____ Turma: _____
-------------	-------------------------

1.ª Parte

Questão	1	2	3	4
Solução	D	B	A	B

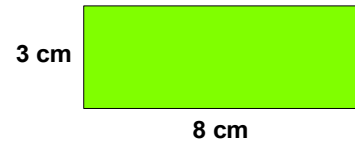
1. Num armazém estão 2^{20} cadernos, com 2^9 folhas cada um e cada folha com 32 linhas.
Quantas linhas há no total?



- [A] 4^{11} [B] 32×4^{29} [C] 2^{90} [D] 2^{34}

O número de linhas por folha pode ser escrito na forma de uma potência de base dois: $32 = 2^5$.
Portanto, no total há $2^{20} \times 2^9 \times 2^5 = 2^{20+9+5} = 2^{34}$ linhas.

2. Um quadrado tem a mesma área que o rectângulo da figura.
O comprimento do lado desse quadrado, com aproximação ao milímetro, é:



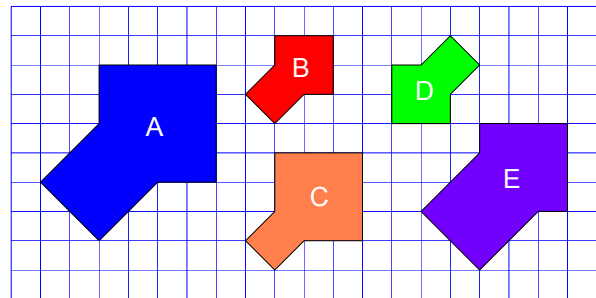
- [A] 5,5 cm [B] 4,9 cm
[C] 4,7 cm [D] 3,3 cm

Como o quadrado tem a mesma área do rectângulo, a sua área será $A = 3 \times 8 = 24 \text{ cm}^2$.
Logo, o comprimento do seu lado é $l = \sqrt{24} \approx 4,9 \text{ cm}$.

3. Observa as cinco figuras construídas na mesma grelha quadriculada.

Considera as seguintes afirmações:

- I. As cinco figuras têm a mesma forma.
- II. A figura B é uma redução da figura A, sendo $\frac{1}{2}$ a razão de semelhança.
- III. A área da figura A é dupla da área da figura B.
- IV. As figuras B e D têm igual perímetro.



Das afirmações anteriores, são verdadeiras:

- [A] Apenas II e IV [B] Apenas I, II e IV [C] Apenas II, III e IV [D] Todas

A afirmação I é falsa, pois os polígonos A e C (por exemplo) não são semelhantes, visto os comprimentos dos lados correspondentes não serem proporcionais.
A afirmação II é verdadeira, pois os ângulos correspondentes nas duas figuras são geometricamente iguais e a razão entre os comprimentos dos lados da figura B e os correspondentes da figura A é $\frac{1}{2}$.
A afirmação III é falsa, pois a área da figura A é quádrupla da área da figura B. (porquê?)
A afirmação IV é verdadeira, pois as figuras D e B são geometricamente iguais.

4. Observa a planta da casa do Senhor Vicêncio e as medições que nela efectuou.

Sabendo que a sala do Senhor Vicêncio tem 7,5 metros de comprimento, podemos concluir que a escala da planta da casa é:

[A] $\frac{1}{500}$

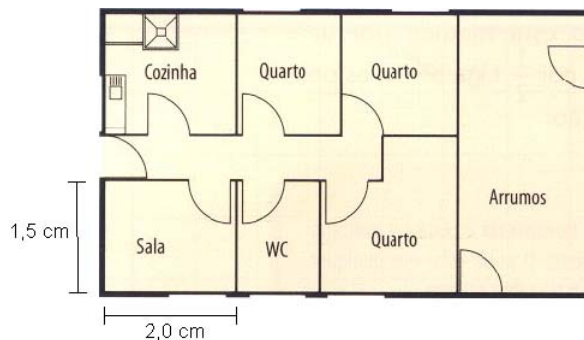
[B] $\frac{1}{375}$

[C] $\frac{1}{350}$

[D] $\frac{3}{4}$

Ora, é $7,5 \text{ m} = 750 \text{ cm}$.

Logo, a escala da planta da casa é $\frac{2 \text{ cm}}{750 \text{ cm}} = \frac{1}{375}$.



2.ª Parte

1. Em Outubro de 2004, tiveste a oportunidade de ficar a saber que o maior número primo conhecido nessa data, descoberto em 15 de Maio de 2004, pode ser expresso por $2^{24036583} - 1$ e escrito na forma decimal possui 7235733 dígitos. Como podes verificar de seguida, esta informação está já desactualizada.

No dia 18 de Fevereiro de 2005, o Dr. Martin Nowak, um cirurgião oftalmologista alemão, descobriu o maior número primo conhecido, $2^{25964951} - 1$. Este número primo tem 7816230 dígitos, quando escrito na forma decimal. Foram precisos mais de 50 dias de cálculos no computador Pentium 4 a 2,4 GHz do Dr. Nowak.

$$2^{25964951} - 1 = \underbrace{122164630061\dots280577077247}_{7816230 \text{ dígitos}}$$



Este número, escrito na forma decimal, ocupa 1709 páginas em formato A4, escrevendo 61 linhas por página e 75 dígitos por linha.

Adaptado de <http://www.mersenne.org/prime.htm>

- a) Diz o que é um número primo.
Indica o menor número primo e outro com dois dígitos.
Número primo é todo o número natural que possui apenas dois divisores: a unidade e o próprio número. O menor número primo é 2 e um número primo com dois dígitos é 11, por exemplo.
- b) Decompõe o número 72 num produto de factores primos, apresentando o resultado com potências.
Sem efectuares a divisão, indica, justificando, se o número 72 é divisível por 6.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $72 = 2^3 \times 3^2$.

Como $6 = 2 \times 3$ e na decomposição em factores primos do número 72 figuram pelo menos um factor 2 e um factor 3, então o número 72 é divisível por 6.

- c) Baseando a tua resposta nos critérios de divisibilidade, justifica que o número de dígitos do maior número primo conhecido nesta data é um número divisível por 3.
A soma dos algarismos do número referido (7816230) é $7 + 8 + 1 + 6 + 2 + 3 + 0 = 27$, que é um múltiplo de 3. Logo, de acordo com o critério de divisibilidade por 3, podemos concluir que número de dígitos do maior número primo conhecido nesta data é um número divisível por 3.

2. Simplifica a escrita e, de seguida, calcula:

a)

$$\begin{aligned} (-3) - (+5) - (-4) + (-7) &= -3 - 5 + 4 - 7 \\ &= -15 + 4 \\ &= -11 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} -(-3) + (-6) - (+7) + (-4) - (-1) &= 3 - 6 - 7 - 4 + 1 \\ &= 4 - 17 \\ &= -13 \end{aligned}$$

3. Considera a seguinte expressão: $-(2 - 5) - (-10 + 3 - 8) + (3 - 7)$

a) Calcula o valor da expressão, começando por calcular os parênteses;

$$\begin{aligned} -(2 - 5) - (-10 + 3 - 8) + (3 - 7) &= -(-3) - (-15) + (-4) \\ &= 3 + 15 - 4 \\ &= 14 \end{aligned}$$

b) Calcula o valor da expressão, começando por desembaraçar de parênteses.

$$\begin{aligned} -(2 - 5) - (-10 + 3 - 8) + (3 - 7) &= -2 + 5 + 10 - 3 + 8 + 3 - 7 \\ &= -12 + 26 \\ &= 14 \end{aligned}$$

4. O Hugo e o Pedro apostaram no *Totoloto* com quantias na razão de 1:3, respectivamente.

Se o valor da aposta foi de 9,80 €, quanto gastou o Pedro?

Se o Hugo e o Pedro apostaram no Totoloto com quantias na razão de 1:3, então a quantia gasta pelo Pedro e o valor da aposta estão na razão de 3:4. Assim,

$$\frac{3}{4} = \frac{p}{9,8}$$

$$p = \frac{3 \times 9,8}{4}$$

$$p = 7,35$$

Portanto, o Pedro gastou 7,35 € na aposta do Totoloto.

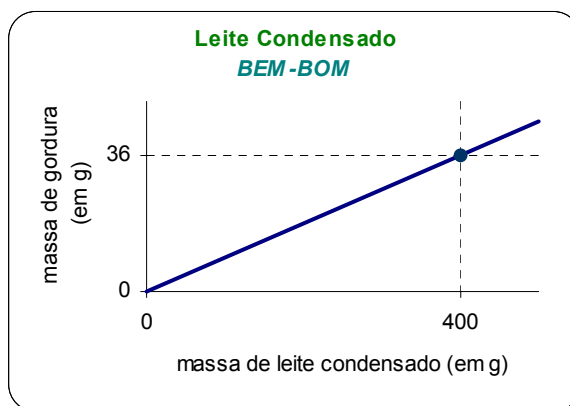


5. Numa determinada marca de leite condensado, há 36 g de gordura em cada 400 g de produto. Observa o gráfico apresentado.

a) Justifica que as duas grandezas consideradas são directamente proporcionais.

O gráfico é constituído por um conjunto de pontos contidos numa recta que passa na origem do referencial. Logo, as grandezas consideradas são directamente proporcionais.

b) Essa marca comercializa o seu produto em latas com 740 g de leite condensado. Determina a quantidade de matéria gorda existente numa lata de leite condensado dessa marca.



$$\frac{36}{400} = \frac{x}{740}$$

$$x = \frac{36 \times 740}{400}$$

$$x = 66,6$$

Uma lata de leite condensado dessa marca contém 66,6 g de matéria gorda.

c) Determina a percentagem de matéria gorda que contém o leite condensado dessa marca.

A percentagem de matéria gorda que contém o leite condensado dessa marca é $\frac{36}{400} = \frac{9}{100} = 0,09 = 9\%$.

6. O Miguel quer comprar um CD Portátil que custa 90,00 €.

- Se o comprar a pronto pagamento, o comerciante faz-lhe um desconto de 6%.
- Se o comprar a prestações, terá de pagar um quarto do preço marcado no acto de entrega e o restante acrescido de 8% em 5 mensalidades iguais.



a) Quanto terá de pagar se adquirir o CD Portátil a pronto pagamento?

Comecemos por determinar o valor do desconto: $6\% \times 90,00 \text{ €} = 5,40 \text{ €}$.

Portanto, terá de pagar $90,00 \text{ €} - 5,40 \text{ €} = 84,60 \text{ €}$.

b) Se optar por o comprar a prestações, quanto terá de pagar mensalmente?

Comecemos por determinar o valor que ficará sujeito à taxa de 8%: $\frac{3}{4} \times 90,00 \text{ €} = 67,50 \text{ €}$.

Portanto, o valor a liquidar nas 5 prestações será: $67,50 \text{ €} \times 108\% = 72,9 \text{ €}$.

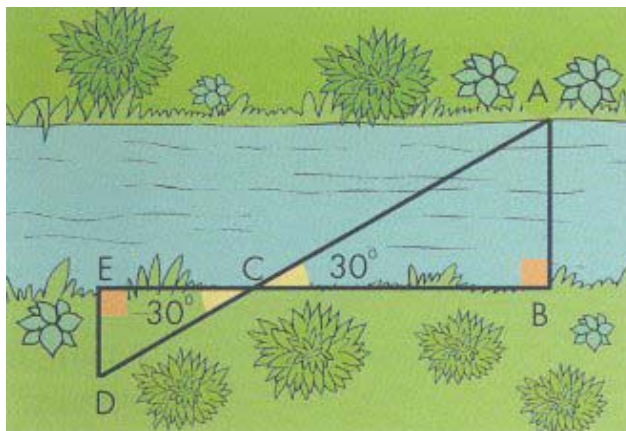
Logo, o Miguel terá de pagar mensalmente $\frac{72,9}{5} \text{ €} = 14,58 \text{ €}$.

7. Para determinar a largura de um rio, efectuaram-se as seguintes medições de acordo com os dados da figura:

- $\overline{BE} = 66 \text{ m}$
- $\overline{EC} = 26 \text{ m}$
- $\overline{ED} = 15 \text{ m}$

a) Justifica que os triângulos [ABC] e [CDE] são semelhantes.

De acordo com os dados da figura, cada um dos triângulos referidos possui um ângulo recto e um ângulo de 30° de amplitude. Logo, os triângulos são semelhantes, pois, de um para o outro, existem dois ângulos iguais, cada um a cada um.



b) Determina a largura do rio, com aproximação ao metro.

Como os triângulos são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais

Assim, $\frac{\overline{EC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{AB}}$. Logo, vem:

$$\frac{26}{66 - 26} = \frac{15}{\overline{AB}}$$

$$\overline{AB} = \frac{40 \times 15}{26}$$

$$\overline{AB} \approx 23$$

O rio tem aproximadamente 23 metros de largura.

FIM