Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

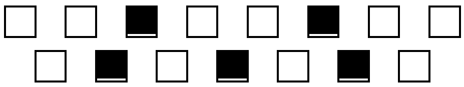
Proposta de Resolução da Prova Escrita de Matemática

10/12/2004 **Turma D** **7.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1. Verdadeiro ou falso?
Preenche com **V** ou **F** o quadrado ao lado da frase, consoante a afirmação seja verdadeira ou falsa.

F A razão do número de quadrados pretos para o total de quadrados é de **1:2**.



*São 5 quadrados pretos num total de 15, logo a razão referida é de **1:3**.*

F Se $x = 2$, então o valor da expressão $3x + 1$ é 33.

Se $x = 2$, o valor da expressão é $3 \times 2 + 1 = 7$.

V O número 321000000090000000123 é divisível por 3.

A soma dos seus algarismos (21) é um múltiplo de 3.

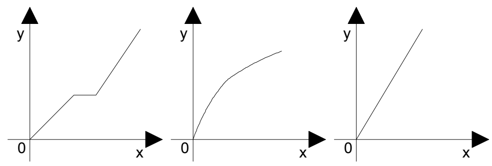
F $2^{90} = 2^{3^{30}}$

Porque $2^{3^{30}} \neq (2^3)^{30}$.

F A audiência de um programa de televisão é directamente proporcional ao tempo de emissão do mesmo.

As grandezas não são proporcionais.

F Apenas um dos gráficos seguintes <u>não</u> exprime proporcionalidade directa.



Apenas o gráfico da direita exprime uma proporcionalidade directa.

2. O João anotou o 1.º Prémio da 37.ª extracção na própria cautela, mas devido à chuva dois dos algarismos ficaram ilegíveis.

Apenas se recorda que o 1.º Prémio era um número de cinco algarismos (**5 6 ■■ 9**) múltiplo de 9 e que os algarismos das dezenas e das centenas eram iguais.

Recorrendo aos critérios de divisibilidade (não à calculadora) e explicando o teu raciocínio, ajuda o João a descobrir o número do 1.º Prémio.

Como sabemos, um número é divisível por 9 (isto é, é múltiplo de 9) quando a soma dos seus algarismos é múltiplo de 9.

Ora, a soma dos 3 algarismos conhecidos é $5 + 6 + 9 = 20$.
Como os dois algarismos em falta são iguais, a sua soma será um número par, compreendido entre 0 e 18.
Consequentemente, a soma dos cinco algarismos do 1.º Prémio será um número par entre 20 e 38, inclusive.

Acontece que os primeiros seis múltiplos de 9 são: 0, 9, 18, 27, 36, 45. Portanto, a soma dos algarismos em falta apenas poderá ser 16, pelo que são dois "8" os dois algarismos ilegíveis.

*Assim, o número **56889** é o 1.º Prémio da 37.ª extracção da Lotaria Popular, de 16 de Setembro de 2004.*

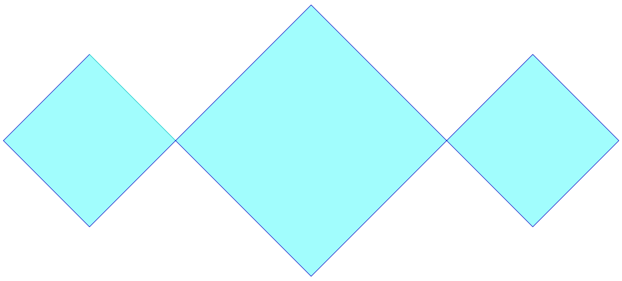
3. Decompõe em factores primos os números 120 e 64, apresentando o resultado com potências.

Justificando, indica qual é o maior número inteiro que é divisor tanto de 120 como de 64.
(Repara nas decomposições em factores primos desses dois números)

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ *e* $64 = 2^6$.

O número procurado apenas poderá ter na sua decomposição em factores primos o factor 2, pois é o único comum nas decomposições de 120 e 64. Como a decomposição de 120 apenas possui 3 factores 2, o maior número inteiro que é divisor tanto de 120 como de 64 é $2^3 = 8$.



4. O Sr. António possui no seu jardim três canteiros quadrados, com as áreas e a disposição indicadas na figura ao lado.

a) Determina, com aproximação ao centímetro e por excesso, o comprimento do lado do canteiro maior.

Ora, $\sqrt{10} = 3{,}1622776601...$.
Assim, com aproximação ao centímetro e por excesso, o comprimento do lado do canteiro maior é $3{,}17$ *metros.*

b) Se cada metro de rede custar 2 €, quanto terá de gastar o Sr. António para vedar estes canteiros, sabendo que a rede é vendida em número inteiro de metros?

Nota: Se não resolveste a alínea anterior, considera que o valor aí pedido é 4,15 metros.

O comprimento do lado do canteiro menor é $\sqrt{4} = 2$ *metros.*

Ligeiramente por excesso, o comprimento da rede necessária para vedar estes três canteiros é:
$P = 4 \times 2 + 4 \times 3{,}17 + 4 \times 2 = 28{,}68$ *metros.*

Assim, o Sr António terá de comprar 29 metros de rede, pelo que terá de gastar $29 \times 2 = 58$ *euros.*

5. Utilizando sempre que possível as regras das operações com potências, calcula o valor das seguintes expressões:

a)

$$\begin{aligned} 2^7 \times 2 - \left(2^2\right)^3 - \sqrt[3]{64} &= 2^8 - 2^6 - 4 \\ &= 256 - 64 - 4 \\ &= 188 \end{aligned}$$

b) $\dfrac{x^2 + 2y - 1}{x - 3}$, para $x = 6$ e $y = \dfrac{1}{2}$.

Fazendo a substituição das variáveis, vem: $\dfrac{6^2 + 2 \times \frac{1}{2} - 1}{6 - 3} = \dfrac{36 + 1 - 1}{3} = 12$

6. A Joana foi ao supermercado e verificou que na banca de peixe havia marmotas, fanecas e sardinhas, na razão de **1:3:11**.

Como havia 180 peixes, determina o número de fanecas.

Ora, em 15 ($1 + 3 + 11 = 15$*) peixes 3 deles são fanecas.*
Assim,

$$\begin{aligned} \frac{3}{15} &= \frac{f}{180} \\ f &= \frac{3 \times 180}{15} \\ f &= 36 \end{aligned}$$

Na banca de peixe havia três dúzias de fanecas.

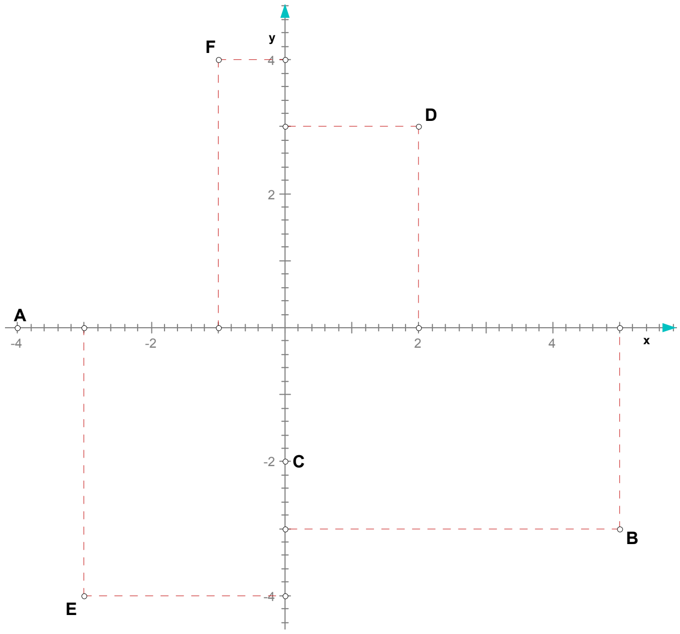
7. Considera as três tabelas seguintes:

a	*2*	4	15	20
b	8	*16*	60	*80*

c	20	40	50	*5*
d	2	*5*	*5*	10

Por exemplo (2.ª tabela).

x	-4	5	0	2	-3	-1
y	0	-3	-2	3	-4	4



a) Completa a 1.ª tabela, sabendo que as grandezas ***a*** e ***b*** <u>são</u> directamente proporcionais.

Nota: Não é necessário apresentar os cálculos, podes efectuá-los mentalmente.

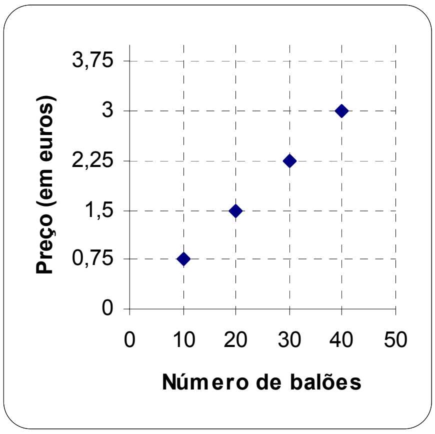
b) Completa a 2.ª tabela, sabendo que as grandezas ***c*** e ***d*** <u>não são</u> directamente proporcionais.

c) No referencial cartesiano apresentado acima, marca os pontos A, B, C, D, E e F, cujas coordenadas são os pares ordenados (x, y) constituídos pelos valores apresentados na 3.ª tabela, da esquerda para a direita. Por exemplo, $A\,(-4, 0)$ e $F\,(-1, 4)$.

d) Determina o valor de *y* na seguinte proporção: $\frac{12+3}{y} = \frac{3}{4}$.

Como $\frac{12+3}{y} = \frac{3}{4}$, *então* $y = \frac{4 \times (12+3)}{3}$, *ou seja,* $y = \frac{4 \times 15}{3}$. *Logo,* $y = 20$.

8. Observa o gráfico ao lado, que representa o preço de balões em função do seu número.



a) Justifica que o preço dos balões (*y*) é directamente proporcional ao seu número (*x*).

Como $\frac{0{,}75}{10} = \frac{1{,}5}{20} = \frac{2{,}25}{30} = \frac{3}{40} = 0{,}075$, *conclui-se que é constante o quociente entre os valores correspondentes das duas grandezas, tomados pela mesma ordem. Logo, o preço dos balões é directamente proporcional ao seu número.*

b) Determina o preço de 24 balões.

Ora,

$$\frac{10}{24} = \frac{0{,}75}{p}$$

$$p = \frac{24 \times 0{,}75}{10}$$

$$p = 1{,}8$$

Portanto, 24 balões têm o custo de €1,80.

FIM