

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a que estão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta e rrada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Considere uma hipérbole que passa pelo ponto A (4, 0) e cujos focos são os pontos B (-6, 0) e C (6, 0). Uma equação da hipérbole é:

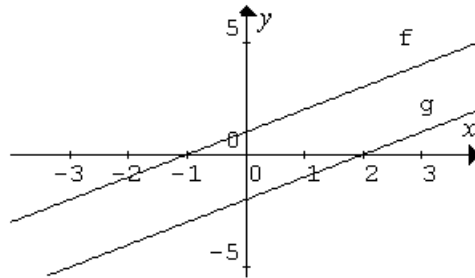
[A] $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$

[B] $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$

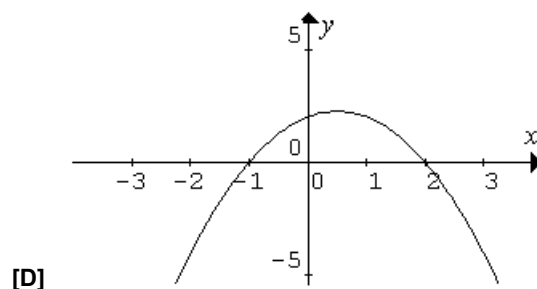
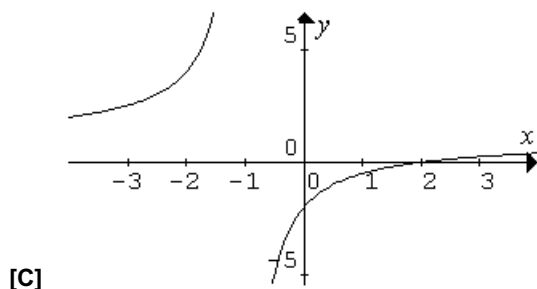
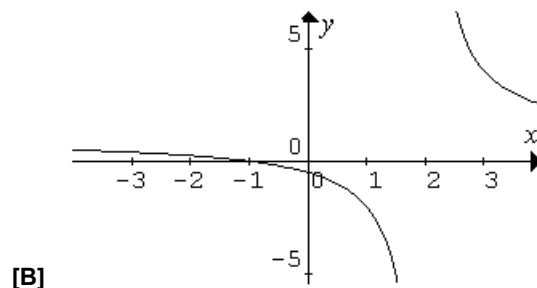
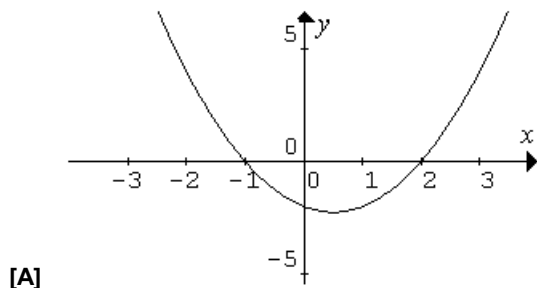
[C] $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36} = 1$

[D] $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{52} = 1$

2. Na figura estão representadas graficamente duas funções: f e g .



Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função $\frac{f}{g}$?



3. O conjunto de pontos $P(x, y)$ do plano que verificam a condição $\vec{AP} \cdot \vec{AB} = 0$, sendo $A(0, 2)$ e $B(-2, 4)$, é:

- [A] a recta tangente à circunferência de centro em A , no seu ponto B .
- [B] a mediatriz de $[AB]$.
- [C] a circunferência de diâmetro $[AB]$.
- [D] a recta que contém A e é perpendicular a $[AB]$.

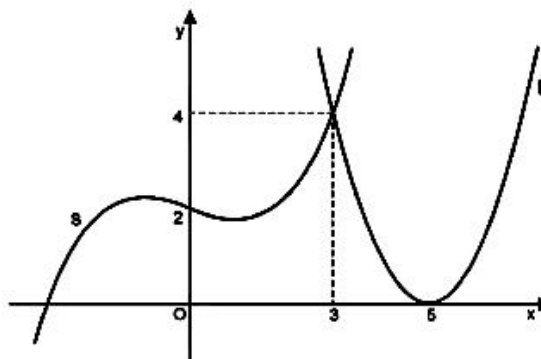
4. Se um arco de 120° de um dado círculo tem comprimento 8π cm, o seu raio tem comprimento

- [A] 12π cm.
- [B] 12 cm.
- [C] 2π cm.
- [D] 32 cm.

5. Na figura estão representadas graficamente as funções s e t , de domínio \mathbb{R} .

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A] $s'(3) < t'(3)$.
- [B] $(t \circ s)(0) > t(3)$.
- [C] 5 é um zero da função $\frac{s}{t}$.
- [D] $(s \circ t)(5) + t'(3) < 0$.



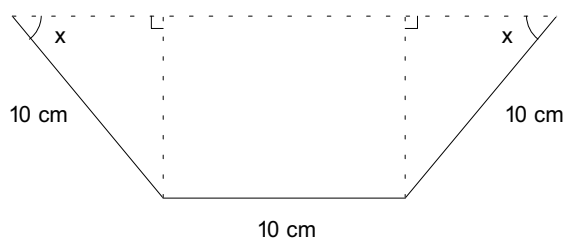
2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Uma folha rectangular de metal com 30 cm de largura vai ser dobrada para se fabricar uma caleira.

A figura ao lado representa um corte transversal da

caleira, sendo $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$.



a) Mostre que a área da secção da caleira pode ser expressa em função de x por

$$A(x) = 100 \cdot \sin x \cdot (\cos x + 1), \text{ para } 0 < x \leq \frac{\pi}{2}.$$

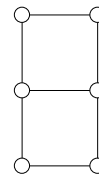
b) Recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto, determine $A'(\frac{\pi}{2})$.

c) Seja A' a função derivada de A .

c1) Mostre que $A'(x) = 100 \cdot \cos(2x) + 100 \cdot \cos x$.

c2) Estude a monotonia e extremos da função definida em $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$ por $A(x)$ e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

2. O alfabeto *Braille* é um sistema de representação de letras, símbolos musicais, números e símbolos matemáticos através de pontos em relevo, marcados em papel ou outro material, que podem ser lidos pelo tacto. Cada carácter é representado por um conjunto de pontos (1 no mínimo e 6 no máximo), organizados numa grelha com duas colunas e três linhas. (ver figura ao lado)



Quantos caracteres diferentes podemos obter:

- com 4 pontos em relevo?
- ao todo?

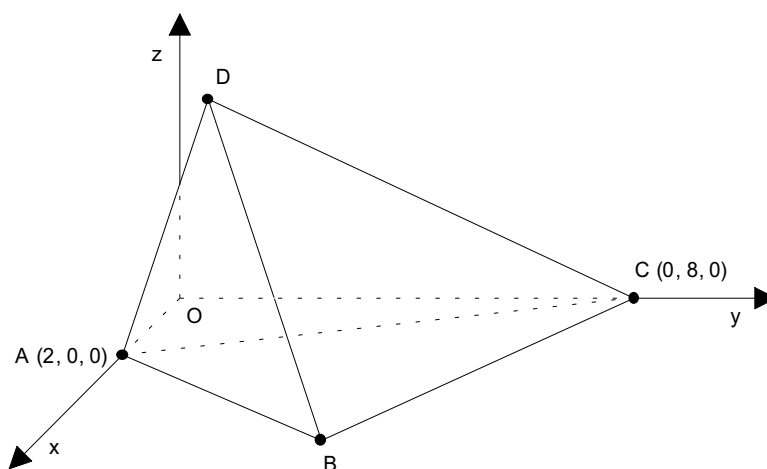
3. Lança-se três vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Indique, justificando, qual dos dois acontecimentos seguintes é mais provável:

- nunca sair o número 6;
- saírem números todos diferentes.

4. No referencial ortonormado (O, x, y, z) , considere a pirâmide $[ABCD]$.

- $\vec{CB} = (5, -3, 0)$
- $\vec{CD} = (1, -7, 4)$
- $A(2, 0, 0)$ e $C(0, 8, 0)$.

- Mostre que o ponto D é exterior à esfera de diâmetro $[AC]$ e determine uma condição dessa esfera.
- Determine uma equação cartesiana do plano BCD .
- Determine uma equação vectorial da recta de intersecção dos planos BCD e yOz .



NOTA: Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere $3x + 5y + 8z = 40$ uma equação do plano BCD .

- Mostre que o triângulo $[ABC]$ é rectângulo e determine o volume da pirâmide $[ABCD]$.

5. Estude, quanto à existência de assíntotas, a função h definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ por $h(x) = \begin{cases} \frac{1-2x}{x} & \Leftarrow x < 0 \\ 2x - \frac{\text{sen } x}{x} & \Leftarrow x > 0 \end{cases}$.

Formulário

$$\text{sen}(2x) = 2 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x$$

$$\cos(2x) = \cos^2 x - \text{sen}^2 x$$

$$\text{tg}(2x) = \frac{2 \cdot \text{tg } x}{1 - \text{tg}^2 x}$$

$$\text{sen}(a \pm b) = \text{sen } a \cdot \cos b \pm \cos a \cdot \text{sen } b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\text{tg}(a \pm b) = \frac{\text{tga} \pm \text{tgb}}{1 \mp \text{tga} \cdot \text{tgb}}$$

$$\text{Volume da Pirâmide} = \frac{1}{3} \times \text{Área da Base} \times \text{Altura}$$

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 50 pontos

Cada resposta certa +10 pontos

Cada resposta errada -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte 150 pontos

1. 57 pontos

a) 12

b) 15

c1) 10

c2) 20

2. 15 pontos

a) 8

b) 7

3. 15 pontos

4. 43 pontos

a) 10

b) 12

c) 10

d) 11

5. 20 pontos

Total 200 pontos