



4. Numa estante estão colocados três livros de Inglês, quatro de História e dois de Filosofia. O número de maneiras de dispor os livros na estante de modo que os da mesma disciplina estejam juntos é:

[A]  $3! \times 3! \times 4! \times 2!$       [B]  $3! \times 4! \times 2!$       [C]  ${}^3A_3 \times {}^4A_4 \times {}^2A_2$       [D]  $2 \times 3! \times 4! \times 2!$

5. Numa *pizzaria* preparam-se pizzas com pelo menos 5 variedades. Dispondo-se de 8 ingredientes, o número de pizzas diferentes que se podem preparar é:

[A]  ${}^8A_5 + {}^8A_6 + {}^8A_7 + {}^8A_8$       [B]  ${}^8C_5 + {}^8C_6 + {}^8C_7 + {}^8C_8$   
 [C]  ${}^8C_5 \times {}^8C_6 \times {}^8C_7 \times {}^8C_8$       [D]  ${}^8A_5 \times {}^8A_6 \times {}^8A_7 \times {}^8A_8$

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. De uma função  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  sabe-se que:

- $f(1) = -2$
- a sua **primeira derivada**,  $f'$ , é definida por  $f'(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{x}$
- a sua **segunda derivada**,  $f''$ , é definida por  $f''(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{2x^2}$

- a) Determine uma equação da recta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa 1. Poderá concluir-se que  $f$  é contínua para  $x = 1$ ? Justifique a sua resposta.
- b) Estude  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

2. Na figura

- o triângulo  $[ABC]$  é isósceles ( $\overline{AB} = \overline{BC}$ )
- $[DEFG]$  é um rectângulo
- $\overline{DG} = 2$
- $\overline{DE} = 1$
- $\overline{AD} = x$

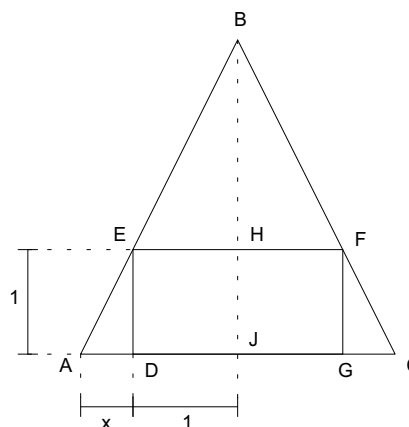
- a) Mostre que a área do triângulo  $[ABC]$  é dada em função de  $x$ , por

$$a(x) = 2 + x + \frac{1}{x} \quad (x > 0).$$

**NOTA:** Pode ser-lhe útil reparar que os triângulos  $[ADE]$  e  $[EHB]$  são semelhantes.

- b) Mostre que  $a'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$  ( $a'$  designa a derivada de  $a$ ).
- c) Determine o valor de  $x$  para o qual a área do triângulo  $[ABC]$  é mínima.
- d) Estude a existência de assíntotas ao gráfico da função  $a$ .

**NOTA:** Tenha presente que  $D_a = \mathbb{R}^+$ .



3. De dois acontecimentos incompatíveis  $X$  e  $Y$  sabe-se que:  $P(X) = 4 \times P(Y)$  e  $P(X \cup Y) = \frac{1}{2}$ .

Então, qual o valor de  $P(X)$ ?

4. O Rui e o João lançam três dados simultaneamente. O Rui aposta que vai obter 7 pontos e o João que obterá 10. Qual é o que tem maior probabilidade de ganhar?

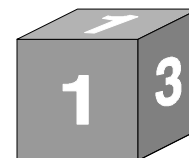
5. A figura ao lado é parte da tabela impressa num boletim do Totoloto 6/49, onde constam preços e prémios em apostas múltiplas, relativamente à aposta múltipla de 12 cruzes.

Explicando o seu raciocínio, comprove os valores indicados na tabela ao lado, apenas em relação aos casos de 3 e 4 acertos (duas últimas linhas).

P I P L A S	Cruzes marcadas	Acertos	Prémios correspondentes				
			1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
	12 cruzes (924 apostas)	6 + suplementar 6	1	6	30	225	400
	46 200\$00	5 + suplementar 5	-	1	6	105	350
	ou	4	-	-	-	7	105
	92 400\$00	3	-	-	-	28	224
			-	-	-	-	84

6. O código de um cartão multibanco é uma sequência de quatro algarismos como, por exemplo, 0559.

- a) Quantos códigos diferentes existem com um e só um algarismo zero?
- b) Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco. Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter os quatro algarismos diferentes?



7. Dispomos de um dado equilibrado, cujas faces estão numeradas do seguinte modo:

- 3 faces com o número 1
- 2 faces com o número 2
- 1 face com o número 3.

- a) Num lançamento desse dado, qual é a probabilidade de sair um número ímpar?
- b) Se fizermos 5 lançamentos sucessivos qual a probabilidade de ocorrer 3 vezes **número dois**?

8. Um baralho tem 52 cartas e extraem-se, sucessivamente, 4 cartas.

Determine a probabilidade de que a 1.ª carta extraída seja de *copas*, a 2.ª de *ouros*, a 3.ª de *paus* e a 4.ª de *espadas*,

- a) Supondo que a extracção se faz com reposição.
- b) Supondo que a extracção se faz sem reposição.

**FIM**

O Professor

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 25 pontos

a) ..... 10

b) ..... 15

2. .... 55 pontos

a) ..... 15

b) ..... 10

c) ..... 13

d) ..... 17

3. .... 6 pontos

4. .... 8 pontos

5. .... 12 pontos

6. .... 15 pontos

a) ..... 5

b) ..... 10

7. .... 15 pontos

a) ..... 5

b) ..... 10

8. .... 14 pontos

a) ..... 6

b) ..... 8

**Total 200 pontos**