Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

21/11/2003 **Turmas A e B - Prova 1** **12.º Ano**

Nome: ______________________________	*N.º:* _____	*Turma:* ___

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
***Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação**: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Lançou-se três vezes ao ar um dado tetraédrico equilibrado, tendo saído sempre o vértice 1. Qual é a probabilidade de, num quarto lançamento, sair o vértice 2?

[A] $\frac{3}{4}$ **[B]** $\frac{1}{2}$

[C] $\frac{2}{3}$ **[D]** $\frac{1}{4}$

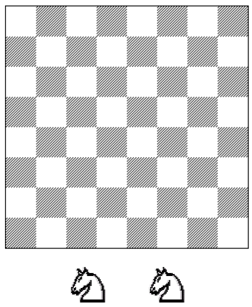
2. Um dos termos do desenvolvimento de $(x^2 + x)^n$ é x^{20}.

Indique o valor de n.

[A] 5 **[B]** 10 **[C]** 15 **[D]** 18

3. Admita que tem à sua frente um tabuleiro de xadrez, no qual pretende colocar os dois cavalos brancos, de tal modo que fiquem na mesma fila horizontal.

De quantas maneiras diferentes pode colocar os dois cavalos no tabuleiro, respeitando a condição indicada?



[A] ${}^{64}C_2$ **[B]** $8 \times {}^{8}C_2$

[C] $\frac{{}^{64}C_2}{8}$ **[D]** ${}^{8}A_2$

4. O quarto número de uma certa linha do Triângulo de Pascal 27.720 .
A soma dos quatro primeiros números dessa linha é 29.317 .
Qual é o terceiro número da **linha seguinte**?

[A] 1.485 **[B]** 1.581 **[C]** 1.596 **[D]** 1.653

5. Numa determinada época, os três primeiros classificados do campeonato nacional de futebol da primeira divisão foram o Sporting, o Benfica e o Porto (não necessariamente por esta ordem). Os quarto e quinto classificados foram dois clubes de entre o Boavista, o Portimonense, o Belenenses e o Guimarães.

De quantas formas é possível ordenar os cinco primeiros classificados, atendendo às condições impostas?

[A] $3! \times {}^{4}A_2$ **[B]** ${}^{3}A_3 + {}^{4}A_2$ **[C]** $P_3 \times {}^{4}C_2$ **[D]** $6 + {}^{4}C_2$

2.ª Parte

*Nas questões seguintes, apresente **o seu raciocínio de forma clara**, indicando todos **os cálculos** que tiver de efectuar e **as justificações** que entender necessárias.*

1. O TOTOLOTO 6/49

Nota: O preço unitário da aposta é € 0,35 para o Totoloto.

a) Justificando, mostre que a aposta múltipla de 12 cruzes corresponde efectivamente a 924 apostas simples.

b) Para 10 cruzes marcadas e apenas em relação aos casos de 3 e 4 acertos (5.º e 4.º prémios, respectivamente), explicando o seu raciocínio, comprove os valores indicados.

PROS EM MÚLTIPLAS

Cruzes marcadas (Sem Joker / Com Joker)	Acertos	Prémios correspondentes 1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
10 cruzes (210 apostas) 1 semana €73,50 / €147,00 €74,25 / €147,75 5 semanas €367,50 / €735,00 €371,25 / €738,75	6 + suplem.	1	6	18	90	80
	6	1	–	24	90	80
	5 + suplem.	–	1	4	50	100
	5	–	–	5	50	100
	4	–	–	–	15	80
	3	–	–	–	–	35
11 cruzes (462 apostas) 1 semana €161,70 / €323,40 €162,45 / €324,15 5 semanas €808,50 / €1.617,00 €812,25 / €1.620,75	6 + suplem.	1	6	24	150	200
	6	1	–	30	150	200
	5 + suplem.	–	1	5	75	200
	5	–	–	6	75	200
	4	–	–	–	21	140
	3	–	–	–	–	56
12 cruzes (924 apostas) 1 semana €323,40 / €646,80 €324,15 / €647,55 5 semanas €1.617,00 / €3.234,00 €1.620,75 / €3.237,75	6 + suplem.	1	6	30	225	400
	6	1	–	36	225	400
	5 + suplem.	–	1	6	105	350
	5	–	–	7	105	350
	4	–	–	–	28	224
	3	–	–	–	–	84

2. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $p(A \cap B) = 0{,}1$
- $p(AUB) = 0{,}8$
- $p(A \mid B) = 0{,}25$

Mostre que A e B não são acontecimentos independentes.

3. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos possíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Prove que:

$$p(\overline{A} \cap \overline{B}) = p(\overline{A}) - p(B) + p(A \mid B) \times p(B)$$

4. O senhor Alípio, que reside no Monte e trabalha no Funchal, tem diariamente duas alternativas para ir trabalhar: o teleférico e o autocarro. Ele gosta muito de ir de teleférico pelo que escolhe usá-lo oito em cada dez vezes. No entanto, a probabilidade de chegar atrasado usando este meio de transporte é igual a 20%. Se o senhor Alípio for de autocarro, a probabilidade de chegar atrasado é igual a 5%.

Suponha que hoje o senhor Alípio está no trabalho.
Qual é a probabilidade de ele:

Sugestão: Construa um diagrama de "árvore" com toda a informação dada e vá acrescentando (a cor diferente) as outras informações à medida que as obtém.

Considere ainda os seguintes acontecimentos:

T: "Vir de teleférico"

A: "Chegar atrasado"

a) Ter chegado atrasado dado que veio de teleférico?

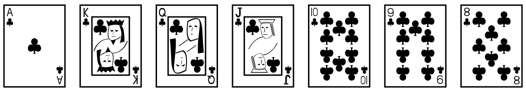
b) Ter vindo de autocarro e ter chegado atrasado?

c) Ter chegado atrasado?

d) Não ter chegado atrasado?

e) Ter vindo de autocarro sabendo que chegou a horas?
(Aproximação à unidade de percentagem)

5. De um baralho de cartas, seleccionaram-se sete cartas do naipe de paus: Ás, Rei, Dama, Valete, Dez, Nove e Oito.



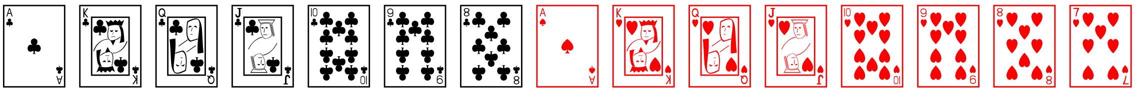
Dispõem-se as sete cartas, em fila, em cima de uma mesa.

a) Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que as duas cartas das pontas sejam o Ás e o Rei?

b) Quantas disposições diferentes podem ser feitas, de modo que o Rei não fique ao lado da Dama?

c) Considere o seguinte problema:

Às sete cartas do naipe de paus, juntam-se agora oito cartas do naipe de copas: Ás, Rei, Dama, Valete, Dez, Nove, Oito e Sete.



Destas quinze cartas, escolhem-se ao acaso dez cartas que se dispõem em duas filas de cinco cartas. Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com cartas do naipe de paus e a outra só com cartas do naipe de copas?

Uma resposta correcta para este problema é: $\dfrac{{}^{8}C_5 \times {}^{7}C_5 \times 2 \times 5! \times 5!}{{}^{15}C_{10} \times 10!}$

Numa pequena composição, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

• referência à Regra de Laplace;

• explicação do número de casos possíveis;

• explicação do número de casos favoráveis.

6. Considere duas caixas: caixa A e caixa B.
A caixa A contém duas bolas verdes e cinco bolas amarelas.
A caixa B contém seis bolas verdes e uma bola amarela.

a) Retirando, ao acaso, uma bola de cada caixa, qual é a probabilidade de serem da mesma cor?

b) Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.
Se sair face par, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa A.
Caso contrário, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa B.

Considere os acontecimentos:

- X: Sair face 1 no lançamento do dado
- Y: Sair bola verde

Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $p(Y \mid X)$ e, numa pequena composição, justifique a sua resposta. Comece por indicar o significado de $p(Y \mid X)$, no contexto da situação descrita.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 45 pontos

Cada resposta certa .... +9 pontos

Cada resposta errada .... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada .... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

2.ª Parte .... 155 pontos

1. .... 22 pontos
   - a) 10
   - b) 12

2. .... 12 pontos

3. .... 12 pontos

4. .... 41 pontos
   - a) 8
   - b) 8
   - c) 8
   - d) 7
   - e) 10

5. .... 41 pontos
   - a) 10
   - b) 15
   - c) 16

6. .... 27 pontos
   - a) 12
   - b) 15

Total **200 pontos**