Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano Lectivo 2011/12 ***Probabilidade condicionada; acontecimentos independentes*** **12.º Ano**

Nome: ____ N.º: ___ Turma: ___

1. Demonstre que se A e B são acontecimentos independentes, também são independentes $\overline{A}$ e $\overline{B}$.

Sugestão: Se A e B são independentes, então $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$. Pretende-se demonstrar que $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = p(\overline{A}) \cdot p(\overline{B})$.

2. Estude a dependência dos acontecimentos M e N, sabendo que:

a) $p(M) \neq 0$; $p(N) \neq 0$ e M e N são incompatíveis;

b) $p(M) \neq 0$ e $M \subset N$;

c) $p(N) = 0$ e M é um acontecimento qualquer.

3. Um casal tem três filhos e sejam os acontecimentos:

- ***A***: "o casal tem no máximo uma rapariga"
- ***B***: "o casal tem filhos de ambos os sexos"

Calcule $p(A)$, $p(B)$ e $p(A \cap B)$, e verifique se A e B são acontecimentos independentes.

4. A Luísa tem duas moedas no bolso, uma viciada e outra normal. Na moeda viciada a probabilidade de sair cara é $\frac{3}{4}$.
A Luísa tira uma moeda do bolso aleatoriamente, atira-a ao ar e verifica que sai cara.
Determine a probabilidade de ela ter tirado do bolso a moeda viciada.

5. Tenho duas caixas iguais. A caixa **A** tem 10 rebuçados de mentol e 20 de limão, enquanto a **B** tem 20 de mentol e 10 de limão. Peguei numa das caixas e tirei ao acaso um rebuçado.
Era de mentol. Qual é a probabilidade de ter escolhido a caixa **A**?

6. Os centros de transfusão sanguínea publicaram o quadro ao lado com a distribuição dos principais grupos sanguíneos no ano de 1997 num dado país. Sabe-se que o sangue de qualquer ser humano possui uma determinada característica chamada factor Rhésius (RH). Esta característica pode tomar duas formas: RH positivo (RH^+) ou RH negativo (RH^-). (Estas características não variam com o sexo)

Considerando um casal ao acaso, determine a probabilidade de que:

	0	**A**	**B**	**AB**
R^+	37,0%	38,1%	6,2%	2,8%
R^-	7,0%	7,2%	1,2%	0,5%

a) O homem seja R^+ e a mulher R^-.

b) O homem seja [$0R^+$] e a mulher [AR^+].

c) O homem seja R^- e a mulher R^-.

d) O homem seja [BR^-] e a mulher [BR^+].

e) Sabendo que um indivíduo tem sangue tipo A, ter R^-.

7. Um estudante realiza dois exames no mesmo dia. A probabilidade de que fique aprovado no primeiro exame é de 0,7 e a probabilidade de que passe no segundo é 0,6 e a de que aprove em ambos é de 0,4.

a) Calcule:

a1) a probabilidade de que fique aprovado em, pelo menos, um exame;

b2) a probabilidade de que não fique aprovado em nenhum.

b) Serão as provas independentes?

c) Determine a probabilidade de que passe no segundo exame, no caso de ter reprovado no primeiro.

8. Um saco contém seis bolas, numeradas de 1 a 6.
As bolas que têm números pares estão pintadas de verde.
As bolas que têm números ímpares estão pintadas de azul.
Extraem-se, aleatoriamente, e de uma só vez, duas bolas do saco.
Sejam A e B os seguintes acontecimentos:

- A: “As duas bolas são da mesma cor.”
- B: “O produto dos números das bolas é impar.”

a) Determine $p(A)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $p(A \mid B)$.

9. Considere:

- uma caixa com seis bolas, todas brancas;
- seis bolas pretas, fora da caixa;
- um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

Lança-se duas vezes o dado.
Tiram-se, da caixa, tantas bolas brancas quantas o número saído no primeiro lançamento. Colocam-se, na caixa, tantas bolas pretas quantas o número saído no segundo lançamento.

a) Qual é a probabilidade de a caixa ficar com seis bolas? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Sejam A e B os acontecimentos:

A -«*Sai face 5 no primeiro lançamento do dado*.»

B -«*Ficam, na caixa, menos bolas brancas do que pretas*.»

Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $p(B \mid A)$.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível,

10. Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem **três figuras**: Rei, Dama e Valete.

a) Retirando, ao acaso, seis cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) De um baralho completo extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas cartas.
Sejam E_1, C_2 e F_2 os acontecimentos:

E_1: *sair Espadas na primeira extração*;

C_2: *sair Copas na segunda extração*;

F_2: *sair uma figura na segunda extração*.

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $p((F_2 \cap C_2) \mid E_1)$. Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explicite o raciocínio que efetuou. O valor pedido deverá resultar apenas da interpretação do significado de $p((F_2 \cap C_2) \mid E_1)$, no contexto da situação descrita.

11. Uma turma do 12.º ano é constituída por vinte e cinco alunos (quinze raparigas e dez rapazes). Nessa turma, vai ser escolhida uma comissão para organizar uma viagem de finalistas.
A comissão será formada por três pessoas: um **presidente**, um **tesoureiro** e um responsável pelas **relações públicas**.

a) Se o delegado de turma tivesse obrigatoriamente de fazer parte da comissão, podendo ocupar qualquer um dos três cargos, quantas comissões distintas poderiam ser formadas?

b) Admita agora que o delegado de turma pode, ou não, fazer parte da comissão.

b1) Quantas comissões mistas distintas podem ser formadas?

Nota: Entenda-se por comissão mista uma comissão constituída por jovens que não são todos do mesmo sexo.

b2) Suponha que a escolha dos três elementos vai ser feita por sorteio, da seguinte forma.
Cada aluno escreve o seu nome numa folha de papel. As vinte e cinco folhas são dobradas e introduzidas num saco. Em seguida, retiram-se do saco, sucessivamente, três folhas de papel. O primeiro nome a sair corresponde ao do presidente, o segundo, ao do tesoureiro, e o terceiro, ao do responsável pelas relações públicas.
Sejam A, E e C os acontecimentos:
A: «*o presidente é uma rapariga*»;
E: «*o tesoureiro é uma rapariga*»;
C: «*a comissão é formada só por raparigas*».

Indique o valor da probabilidade condicionada $p(C \mid (A \cap B))$ e, numa pequena composição, com cerca de dez linhas, justifique a sua resposta.

Nota: Não aplique a fórmula da probabilidade condicionada. O valor pedido deverá resultar exclusivamente da interpretação de $p(C \mid (A \cap B))$, no contexto do problema.

12. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam E_1 e E_2 dois acontecimentos possíveis ($E_1 \subset S$ e $E_2 \subset S$).

a) Prove que $p(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}) = 1 - p(E_1) \times p(E_2 \mid E_1)$.

b) Um baralho de cartas completo é constituído por cinquenta e duas cartas, repartidas por quatro naipes de treze cartas cada: espadas, copas, ouros e paus.
De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas.
Qual é a probabilidade de pelo menos uma das cartas extraídas não ser do naipe de espadas?
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida na alínea anterior; neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos E_1 e E_2, no contexto da situação apresentada.

c) Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho completo e dão-se treze cartas a cada jogador.
Imagine que está a participar nesse jogo.
Qual é a probabilidade de, nas treze cartas que vai receber, haver exactamente seis cartas do naipe de espadas? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

13. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$).
Sabendo que A e B são independentes, prove que:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) \times p(\overline{A})$$

14. Uma caixa contém cinco bolas brancas e cinco bolas pretas, indistinguíveis ao tacto.
Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa.
Considere os seguintes acontecimentos:

B_1 - *a bola retirada em primeiro lugar é branca*;
B_2 - *a bola retirada em segundo lugar é branca*.

Qual é o valor da probabilidade condicionada $p(B_2 \mid B_1)$?

[A] $\frac{1}{2} \times \frac{4}{9}$ **[B]** $\frac{1}{2} \times \frac{5}{9}$ **[C]** $\frac{4}{9}$ **[D]** $\frac{5}{9}$

SOLUÇÕES

2.

a) São dependentes.

b) Só serão independentes se N for o conjunto de resultados, isto é, se $p(N)=1$.

c) São independentes.

3. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{8}$.
Os acontecimentos são independentes.

4. $\frac{3}{5}$.

5. $\frac{1}{3}$

6.

a) $0{,}841 \times 0{,}159 \approx 0{,}134$

b) $0{,}37 \times 0{,}381 \approx 0{,}141$

c) $0{,}159 \times 0{,}159 \approx 0{,}0253$

d) $0{,}012 \times 0{,}062 \approx 0{,}00074$

e) $0{,}072 \div 0{,}453 \approx 0{,}159$

7.

a1) 0,9

a2) 0,1

b) Não, visto $p(E_1 \cap E_2) \neq p(E_1) \cdot p(E_2)$.

c) $\frac{2}{3}$

8.

a) $\frac{2}{5}$

b) $p(A \mid B) = 1$

9.

a) $\frac{1}{6}$

b) $p(B \mid A) = \frac{5}{6}$

10.

a) 0,336

b) $p((F_2 \cap C_2) \mid E_1) = \frac{3}{51}$

11.

a) 1.656

b) 10.350

c) $p(C \mid (A \cap B)) = \frac{13}{23}$

12.

b) $\frac{16}{17}$

c) 4%

14. [C]

O Professor