Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano Lectivo 2011/12 ***Definição axiomática e propriedades das probabilidades*** **12.º Ano**

Nome: ____ N.º: ___ Turma: ___

1.

a) Enuncie uma axiomática para as probabilidades.

b) Demonstre que, para quaisquer acontecimentos A e B,

b1) $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$;

b2) $p(A) + p(B) + p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 + p(A \cap B)$;

2. Demonstre que:

a) $p(A/B) + p(\overline{A}/B) = 1$;

b) $p[(A \cup B)/C] = p(A/C) + p(B/C) - p[(A \cap B)/C]$.

c) $p(A \cap B \cap C) = p(A) \cdot p(B/A) \cdot p[C/(A \cap B)]$.

3. Acerca dos acontecimentos *A*, *B* e *C*, sabe-se que $p(A) = 0{,}2$, $p(B) = 0{,}5$ e $p(C) = 0{,}3$.

a) Mostre que $p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$.

b) Calcule $p(A \cup B \cup C)$ admitindo que *A*, *B* e *C* são acontecimentos independentes.

4. Mostre que se *A* e *B* são dois acontecimentos, se tem: $p(A \cap B) \leq p(A) \leq p(A \cup B)$.

5. Seja *S* o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam *A* e *B* dois acontecimentos (*A* e *B* são, portanto, subconjuntos de *S*).

Prove que: $p(A) + p(B) + p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 + p(A \cap B)$

6. Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tato.
Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas. Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas?
Apresente o resultado na forma de dízima, com sete casas decimais.

b) Suponha agora que, no saco, estão apenas algumas das quinze bolas.
Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50 %
- a probabilidade de essa bola ter o número 1 é 25 %
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o número 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela número 1 está dentro do saco.

7. Seja S o conjunto de resultados (com número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S).
Sabe-se que:

- $p(A) = 2p(B)$
- $p(A \cup B) = 3p(B)$

Prove que os acontecimentos A e B são incompatíveis.

8. Seja S o conjunto de resultados (com número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos, contidos em S, nenhum deles impossível, nem certo. Sabe-se que $A \subset B$.

Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira:

[A] $p(A) > p(B)$ **[B]** $p(A \cap B) = 0$ **[C]** $p(A \cup B) = 1$ **[D]** $p(\overline{A}) \geq p(\overline{B})$

9. Nos jogos de futebol entre a equipa X e a equipa Y, a estatística revela que:

- em 20% dos jogos, a equipa X é a primeira a marcar;
- em 50% dos jogos, a equipa Y é a primeira a marcar.

Qual é a probabilidade de, num jogo entre a equipa X e a equipa Y, não se marcarem golos?

[A] 10% **[B]** 25% **[C]** 30% **[D]** 35%

10. Lança-se um dado até sair face 6.
A probabilidade de serem necessários pelo menos dois lançamentos é

[A] $\frac{1}{6}$ **[B]** $\frac{1}{3}$ **[C]** $\frac{2}{3}$ **[D]** $\frac{5}{6}$

SOLUÇÕES

3.

b) 0,72

8. [D]

9. [C]

10. [D]

O Professor