

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano Lectivo 2003/04

Definição axiomática e propriedades das probabilidades

12.º Ano

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

1.

- a) Enuncie uma axiomática para as probabilidades.
b) Demonstre que, para quaisquer acontecimentos A e B,

b1) $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$;

b2) $p(A) + p(B) + p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 + p(A \cap B)$;

2. Demonstre que:

a) $p(A/B) + p(\bar{A}/B) = 1$;

b) $p[(A \cup B)/C] = p(A/C) + p(B/C) - p[(A \cap B)/C]$.

c) $p(A \cap B \cap C) = p(A) \cdot p(B/A) \cdot p[C/(A \cap B)]$.

3. Acerca dos acontecimentos A, B e C, sabe-se que $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,5$ e $p(C) = 0,3$.

- a) Mostre que $p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$.
b) Calcule $p(A \cup B \cup C)$ admitindo que A, B e C são acontecimentos independentes.

4. Mostre que se A e B são dois acontecimentos, se tem: $p(A \cap B) \leq p(A) \leq p(A \cup B)$.

5. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.
Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S).

Prove que: $p(A) + p(B) + p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 + p(A \cap B)$

6. Num saco existem quinze bolas, indistinguíveis ao tacto.
Cinco bolas são amarelas, cinco são verdes e cinco são brancas. Para cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

- a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas?
Apresente o resultado na forma de dízima, com sete casas decimais.
- b) Suponha agora que, no saco, estão apenas algumas das quinze bolas.
Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:
- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50 %
 - a probabilidade de essa bola ter o número 1 é 25 %
 - a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o número 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela número 1 está dentro do saco.

7. Seja S o conjunto de resultados (com número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S).
Sabe-se que:

- $p(A) = 2p(B)$
- $p(A \cup B) = 3p(B)$

Prove que os acontecimentos A e B são incompatíveis.

8. Seja S o conjunto de resultados (com número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos, contidos em S , nenhum deles impossível, nem certo. Sabe-se que $A \subset B$.

Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira:

- [A] $p(A) > p(B)$ [B] $p(A \cap B) = 0$ [C] $p(A \cup B) = 1$ [D] $p(\bar{A}) \geq p(\bar{B})$

9. Nos jogos de futebol entre a equipa X e a equipa Y, a estatística revela que:

- em 20% dos jogos, a equipa X é a primeira a marcar;
- em 50% dos jogos, a equipa Y é a primeira a marcar.

Qual é a probabilidade de, num jogo entre a equipa X e a equipa Y, não se marcarem golos?

- [A] 10% [B] 25% [C] 30% [D] 35%

10. Lança-se um dado até sair face 6.

A probabilidade de serem necessários pelo menos dois lançamentos é

- [A] $\frac{1}{6}$ [B] $\frac{1}{3}$ [C] $\frac{2}{3}$ [D] $\frac{5}{6}$

SOLUÇÕES

3. 9. [C]
b) 0,72 10. [D]
8. [D]