Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

13/05/99 **Turma A - Prova 1** **11.º Ano**

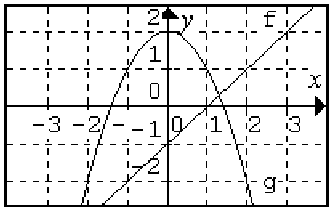
Nome: ____ *N.º:* ____ *Turma:* ___

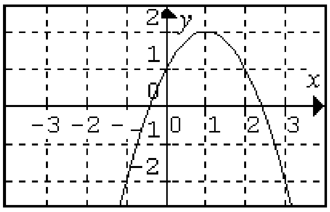
1.ª Parte

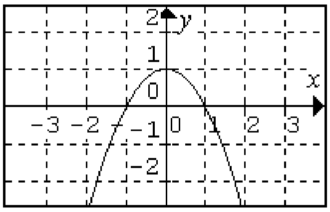
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e <u>escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde</u>.
***Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação**: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

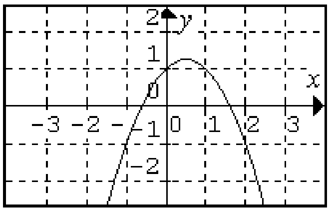
1. Na figura ao lado estão representadas graficamente duas funções: *f* e *g*.

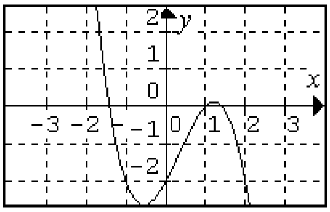
Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função $f \circ g$?



[A]


[B]


[C]


[D]


2. De uma função *g*, de domínio *IR*, sabe-se que:

- $g(0) = 1$
- *g* é estritamente crescente em $[0, +\infty[$
- *g* é par

Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.

[A] O contradomínio de *g* é $[0, +\infty[$. **[B]** *g* é estritamente crescente em *IR*.

[C] *g* é injectiva. **[D]** *g* não tem zeros.

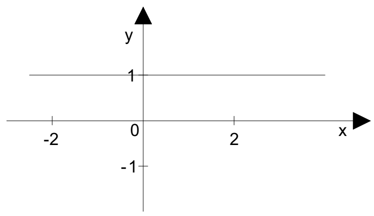
3. Um navio encontra-se atracado num porto.
A distância *h*, de um dado ponto do casco do navio ao fundo do mar, varia com a maré.
Admita que *h* é dada, em função do tempo x, por $h(x) = 10 - 3\cos(2x)$.
A distância desse ponto do casco ao fundo do mar, no momento da maré-alta, é:

[A] 4. **[B]** 10. **[C]** 13. **[D]** 16.

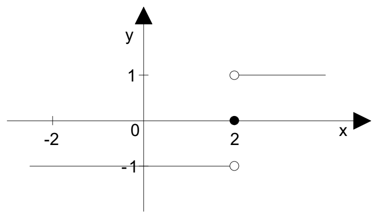
4. O valor de *m* para o qual a recta *r*: $(x, y, z) = (1,1,1) + k\,(2, m, 1),\ k \in IR$ é paralela ao plano π: $2x - y - 2z = 0$ é:

[A] $m = 1$. **[B]** $m = -2$. **[C]** qualquer valor real. **[D]** $m = 2$.

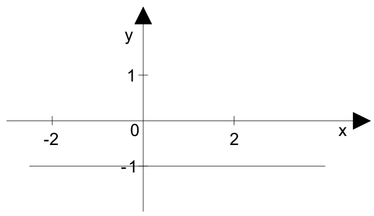
5. Seja *f* a função real de variável real definida por $f(x) = |x - 2|$.
Indique qual das representações gráficas esboçadas na figura é a função derivada de *f*.



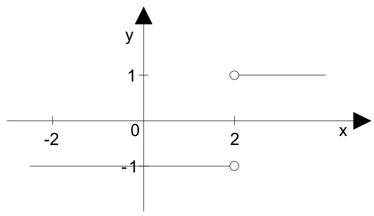
[A]



[B]



[C]



[D]

2.ª Parte

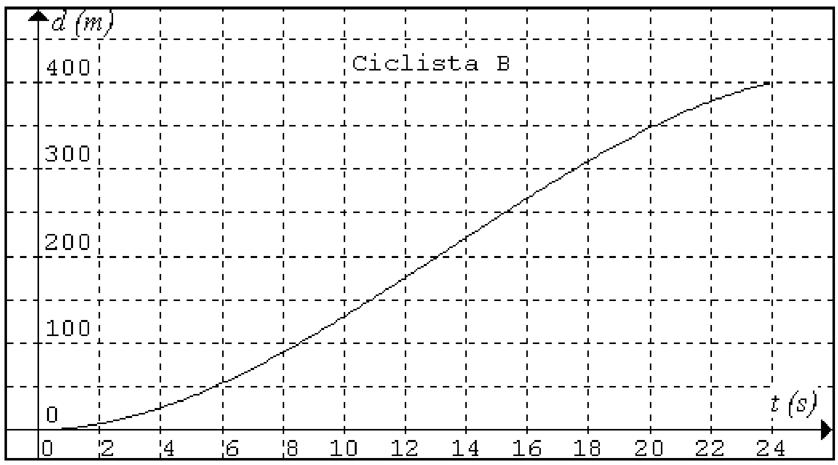
Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Numa etapa da Volta a Portugal em Bicicleta, dois ciclistas, **A** e **B**, cortam uma meta de prémio da montanha ao mesmo tempo e iniciam uma descida de 400 metros.

A partir desse instante, as distâncias percorridas são dadas em função do tempo por:

- $d(t) = 0{,}4.t^2 + 6t$, para o ciclista **A**
- o gráfico ao lado, para o ciclista **B**

com *d* em metros e *t* em segundos.



a) Qual dos ciclistas chegou primeiro ao fim da descida? Justifique.
Determine as respectivas velocidades médias (em quilómetros por hora) nesse percurso de 400 metros.

b) Determine, o mais rigorosamente possível, a velocidade (em quilómetros por hora) do ciclista **B** no instante $t = 20$ segundos. Descreva os seus procedimentos.

c) Nesse percurso de 400 metros e <u>relativamente ao ciclista **A**</u>:

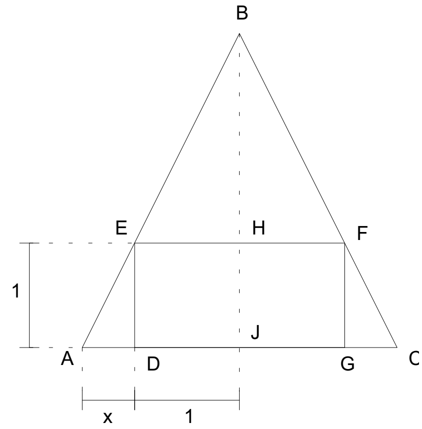
c1) Calculando o valor da $tmv_{[x_0, x_0+h]}$ de d quando a amplitude do intervalo tende para zero, mostre que a sua velocidade (em metros por segundo) variou ao longo do tempo (em segundos) segundo a relação

$$v(t) = 0{,}8.t + 6$$

c2) A sua aceleração foi maior no momento em que cortou a meta de prémio da montanha ou no momento em que chegou ao fim da descida? Justifique.

2. Na figura

- o triângulo [ABC] é isósceles ($\overline{AB} = \overline{BC}$)
- [DEFG] é um rectângulo
- $\overline{DG} = 2$; $\overline{DE} = 1$; $\overline{AD} = x$



a) Mostre que a área do triângulo [ABC] é dada em função de *x*, por

$$a(x) = 2 + x + \frac{1}{x} \qquad (x > 0).$$

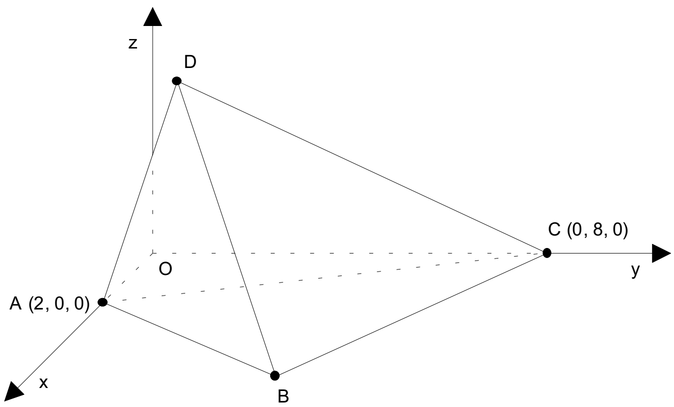
NOTA: Pode ser-lhe útil reparar que os triângulos [ADE] e [EHB] são semelhantes.

b) Sabe-se que $a'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ (a' designa a derivada de a).

Estude a monotonia e extremos da função definida em IR^+ por $a(x)$ e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

3. No referencial ortonormado (*O, x, y, z*), considere a pirâmide [ABCD].

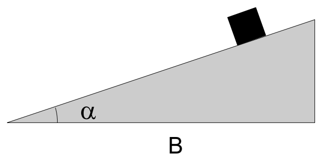
- $\vec{CB} = (5, -3, 0)$
- $\vec{CD} = (1, -7, 4)$
- $A\ (2, 0, 0)$ e $C\ (0, 8, 0)$.



a) Determine uma equação cartesiana do plano *BCD*.

b) Mostre que o triângulo [*ABC*] é rectângulo em B e determine o volume da pirâmide [*ABCD*].

4. Ignorando o atrito, o tempo *t* (em segundos) necessário para um bloco deslizar por um plano inclinado é dado pela fórmula



$$t = 2 \times \sqrt{\frac{B}{g.\text{sen}\,(2\alpha)}}$$

onde *B* é a medida do comprimento da base em metros e *g* é a aceleração da gravidade.

Supondo que a medida do comprimento da base é 19,6 m e que a aceleração da gravidade é 9,8 m/s^2, determine o valor de α para que o bloco demore 4 segundos a deslizar pelo plano inclinado.

5. Considere as funções *f* e *g*, reais de variável real, assim definidas: $f(x) = \sqrt{x.(4-x)} - x$ e $g(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$.

a) Determine o domínio de *f* na forma de intervalo e calcule $(f \circ g)(1)$.

b) Determine os zeros de cada uma das funções.

c) Caracterize g^{-1}, função inversa de *g*.

FIM

O Professor

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada ....-10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada........................ 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		E R R A D A S					
		0	1	2	3	4	5
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 40 pontos
   - a) 12
   - b) 8
   - c1) 15
   - c2) 5

2. .... 30 pontos
   - a) 15
   - b) 15

3. .... 30 pontos
   - a) 15
   - b) 15

4. .... 15 pontos

5. .... 35 pontos
   - a) 10
   - b) 15
   - c) 10

Total **200 pontos**