Escola Secundária da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

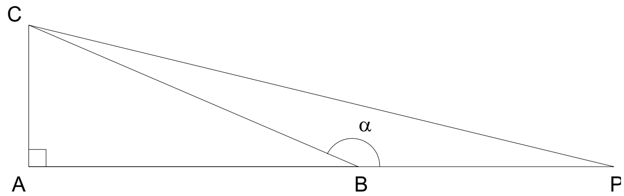
10/12/98 **Turma A - Prova 1** **11.º Ano**

Nome: ____________________ *N.º:* ____ *Turma:* ___

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Na figura ao lado, os triângulos [ABC] e [APC] são rectângulos em A.



a) Supondo que $tg\,\alpha = -\frac{3}{4}$, então o valor de $\operatorname{sen}(180º - \alpha)$ é:

[A] $\frac{4}{5}$. **[B]** $-\frac{4}{5}$. **[C]** $-\frac{3}{5}$. **[D]** $\frac{3}{5}$.

b) Designando por $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ as amplitudes dos seus ângulos internos, para todo o triângulo rectângulo em A, será:

[A] $\frac{\operatorname{sen}\hat{B} + \cos\hat{C}}{\cos\hat{B} + \operatorname{sen}\hat{C}} = \frac{1}{tg\,\hat{B}}$.

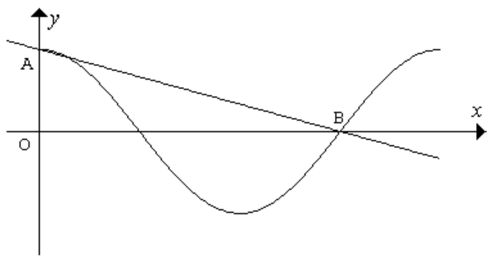
[B] $\operatorname{sen}^2\hat{B} + \cos^2\hat{B} = \operatorname{sen}^2\hat{A}$.

[C] $\frac{\operatorname{sen}\hat{B} + \cos\hat{C}}{\cos\hat{B} + \operatorname{sen}\hat{C}} = 1$.

[D] $\frac{\operatorname{sen}\hat{B} + \cos\hat{C}}{\cos\hat{B} + \operatorname{sen}\hat{C}} = tg\,\hat{C}$.

2. O gráfico da figura ao lado traduz a variação da função co-seno no intervalo $[0, 2\pi]$.

O declive da recta AB é:



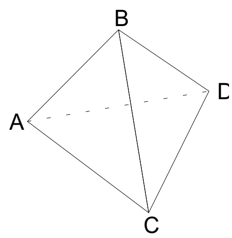
[A] $-\frac{2}{3\pi}$. **[B]** $-\frac{2\pi}{3}$.

[C] $-\frac{3\pi}{2}$. **[D]** $-\frac{3}{2\pi}$.

3. Na figura está representado um tetraedro regular (sólido geométrico com quatro faces, que são todas **triângulos equiláteros**).

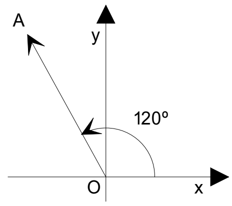
- A, B, C e D são vértices do tetraedro
- $\overline{AB} = 6$

O valor do produto escalar $\vec{BC} \cdot \vec{BD}$ é



[A] 18. **[B]** $18\sqrt{2}$. **[C]** 36. **[D]** $36\sqrt{2}$.

4. No referencial ortonormado $(O, \vec{i}\,, \vec{j}\,)$ da figura ao lado, sabe-se que $\|\overrightarrow{OA}\| = 2$. Então:



[A] $\overrightarrow{OA} = -\sqrt{3}\,\vec{i} + \vec{j}$.

[B] $\overrightarrow{OA} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \dfrac{1}{2}\vec{j}$.

[C] $\overrightarrow{OA} = -\sqrt{2}\,\vec{i} + \sqrt{2}\,\vec{j}$.

[D] $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j}$.

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

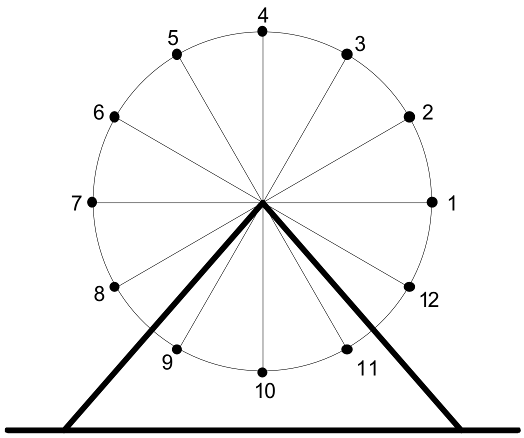
1. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, igualmente espaçadas (ver figura).

Depois de toda a gente estar sentada nas respectivas cadeiras, a roda gigante começa a girar no sentido directo. Um dos rapazes, o Manuel, ficou sentado na cadeira número 1.

No instante em que a roda gigante começa a girar, a cadeira número 1 está na posição indicada na figura ao lado.

Admita que a distância, em *metros*, da cadeira 1 ao solo, *t segundos* após a roda gigante ter começado a girar, é dada por

$$d(t) = 7 + 5\,\mathrm{sen}\,(\frac{\pi t}{30}) .$$

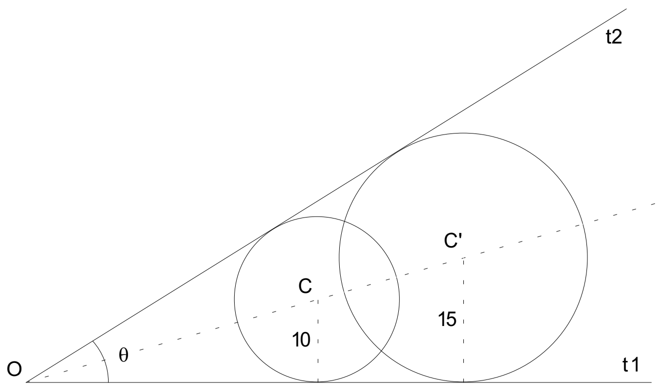


a) Calcule o valor exacto de $d(40)$ e interprete, no contexto do problema, o resultado obtido.

b) Resolva a equação $d(t) = 9{,}5$ para $t \in [0, 75]$.
Indique, justificando, quanto tempo demora o Manuel a encontrar-se pela primeira vez a uma distância de 9,5 metros do solo, depois da roda gigante ter começado a girar.

2. Na figura estão representadas duas circunferências de centros C e C’ e raios 10 e 15 centímetros, respectivamente.

As semi-rectas t_1 e t_2 são tangentes às duas circunferências e formam entre elas um ângulo θ tal que $0 < \theta \le \dfrac{\pi}{2}$.



a) Sendo $\overline{CC'}$ a distância entre os centros das duas circunferências, mostre que, na unidade considerada, $\overline{CC'} = \dfrac{5}{\mathrm{sen}\frac{\theta}{2}}$.

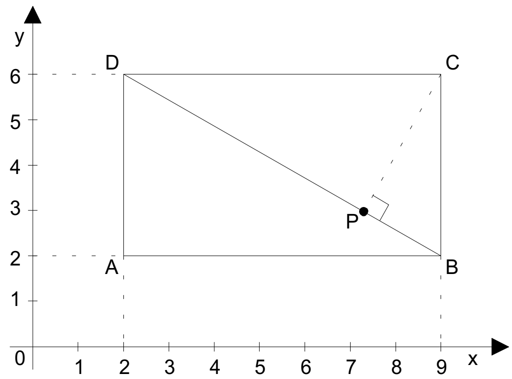
b) Sabe-se que expressão da alínea anterior é válida para toda a posição relativa das circunferências, desde que as semi-rectas t_1 e t_2 lhes sejam tangentes.

b1) Para que valor do ângulo θ as duas circunferências são tangentes?
(Aproximação a menos de 0,01 rad).

b2) Qual é a menor distância que pode existir entre os centros das duas circunferências?
Justifique o seu raciocínio.

SUGESTÃO: Tenha em consideração a variação da função seno no intervalo $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right]$.

3. Observe a figura, onde [ABCD] é um rectângulo.



a) Que pode afirmar sobre os vectores $\vec{u}$ e $\overrightarrow{AC}$, se verificam a condição $\vec{u}.\overrightarrow{AC} = -\|\vec{u}\|.\|\overrightarrow{AC}\|$?

b) Pretende-se mostrar que $\overline{DP} = \dfrac{49\sqrt{65}}{65}$. Para isso:

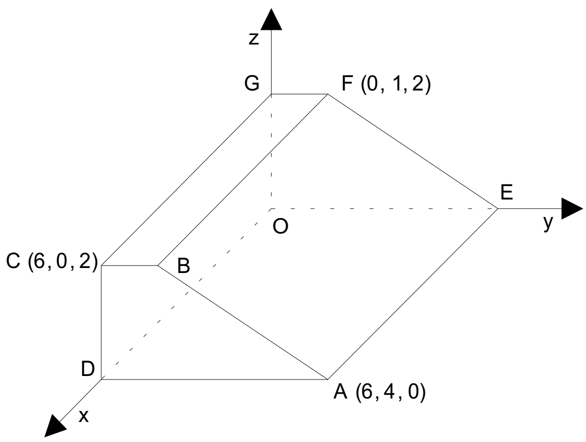
b1) Determine $\cos B\hat{D}C$ a partir do produto $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DB}$.

b2) Conclua que $\overline{DP} = \dfrac{49\sqrt{65}}{65}$.

c) Considere a recta *r*: $(x,\ y) = (0,\ 5) + k(-1,\ 2),\ \ k \in R$.

Determine a equação reduzida da recta *t*, que contém D e é perpendicular a *r*.
Qual é a inclinação dessa recta?

NOTA: Se não resolveu a primeira parte da questão, considere $t:\ y = 3x + 6$.



4. No referencial ortonormado do espaço $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ está representada uma cunha de madeira, obtida pelo corte feito por um plano paralelo a [CG] num paralelepípedo rectângulo.

a) Determine, com aproximação à décima de grau, o ângulo que a recta AC faz com a recta

s: $(x, y, z) = (1, -2, 4) + k.(1, 0, -3),\ \ k \in IR$.

OPÇÃO

Das questões seguintes, resolva apenas uma.

b) Determine as coordenadas de um vector perpendicular a $\overrightarrow{AF}$ e de norma 10.

c) Considere a família dos vectores perpendiculares a $\overrightarrow{CB}$ que têm origem em C e norma igual a 2.
Que lugar geométrico definem os pontos extremidade destes vectores?
Caracterize-o por uma condição em x, y e z.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada .... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada .... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	10	7	3	0	0	
	2	20	17	13	10		
	3	30	27	23			
	4	40	37				
	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 30 pontos
   - a) 10
   - b) 20

2. .... 37 pontos
   - a) 12
   - b1) 10
   - b2) 15

3. .... 53 pontos
   - a) 10
   - b1) 15
   - b2) 10
   - c) 18

4. .... 30 pontos
   - a) 15

OPÇÃO

- b) 15
- c) 15

Total **200 pontos**