

# Escola Secundária da Sé-Lamego

## Prova Escrita de Matemática

10/11/98

Turma A - Prova 1

11.º Ano

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que estão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. O arco AB de uma circunferência tem de comprimento 26 cm e é definido por um ângulo ao centro de 2 rad.

O comprimento do raio dessa circunferência é:

- [A] 52 cm.                      [B] 26 cm.                      [C] 13 cm.                      [D]  $4\pi$  cm.

2. Das afirmações seguintes:

I.  $\sin(90^\circ - a) = \cos(-a)$

II.  $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

III.  $\sin 70^\circ > \sin 50^\circ$

IV.  $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

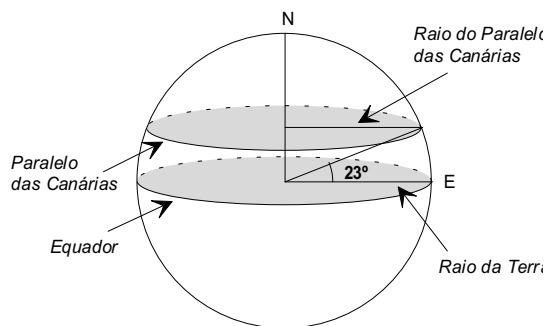
são verdadeiras:

- [A] Apenas III e IV.                      [B] Apenas III.                      [C] Apenas II, III e IV.                      [D] Apenas I e III.

3. O ângulo de  $23^\circ$  merece atenção especial, por razões históricas, pois é o ângulo compreendido por dois raios da Terra, um terminando no Equador e outro terminando no paralelo das Canárias.

Cristóvão Colombo necessitou de calcular a razão entre os perímetros desse paralelo e do Equador, que é aproximadamente (supondo a Terra esférica):

- [A] 0,95.                                      [B] 0,92.  
[C] 0,75.                                      [D] 0,39.



4. A expressão  $\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$  é equivalente a:

- [A]  $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$ .                      [B]  $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x}$ .                      [C]  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x}$ .                      [D]  $\frac{\sin x - \cos x}{\sin x}$ .

5. O ângulo generalizado do 2.º quadrante cujo seno é igual a  $\cos \frac{\pi}{6}$  pode ser definido por:

[A]  $120^\circ + k \cdot 360^\circ$  .

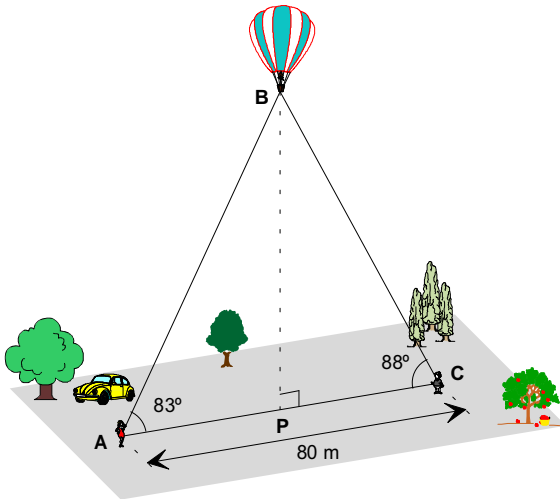
[B]  $150^\circ + k \cdot 360^\circ$  .

[C]  $135^\circ + k \cdot 360^\circ$  .

[D]  $145^\circ + k \cdot 360^\circ$  .

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias



1. Duas pessoas, Alice (A) e Carlos (C), estão distanciadas 80 metros.

Ambas observam um balão que está no mesmo plano vertical que elas.

A Alice observa o balão segundo um ângulo de elevação de  $83^\circ$  e o Carlos segundo um ângulo de elevação de  $88^\circ$ .

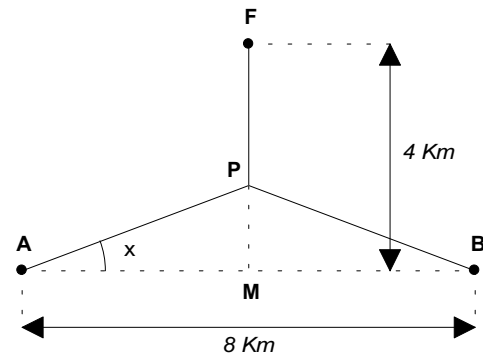
Determine a que altura se encontra o balão no momento em que foi feita a observação.

**NOTA:** Despreze as alturas dos observadores.

**IMPORTANTE:** Não pode utilizar a *lei dos senos*.

2. Duas povoações, A e B, distanciadas 8 Km uma da outra, estão a igual distância de uma fonte de abastecimento de água, localizada em F.

Pretende-se construir uma canalização ligando a fonte às duas povoações, como se indica na figura ao lado. A canalização é formada por três canos: um que vai da fonte F até um ponto P e dois que partem de P, um para A e outro para B. O ponto P está a igual distância de A e de B.



Tem-se ainda que:

- o ponto M, ponto médio de [AB], dista 4 Km de F;
- $x$  é a amplitude do ângulo PAM ( $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ ).

a) Tomando para unidade o quilómetro, mostre que o comprimento total da canalização é dado por:

$$c(x) = 4 + \frac{8 - 4 \operatorname{sen} x}{\cos x} .$$

**SUGESTÃO:** Comece por mostrar que  $\overline{PA} = \frac{4}{\cos x}$  e que  $\overline{FP} = 4 - 4 \operatorname{tg} x$  .

b) Calcule  $c(0)$  e interprete o resultado obtido, referindo a forma da canalização e conseqüente comprimento.

c) Utilizando a calculadora gráfica, determine uma razoável aproximação do valor de  $x$  (em graus) para o qual o comprimento total da canalização é mínimo e indique também um valor aproximado desse comprimento.

Descreva, de forma sucinta, o seu procedimento.

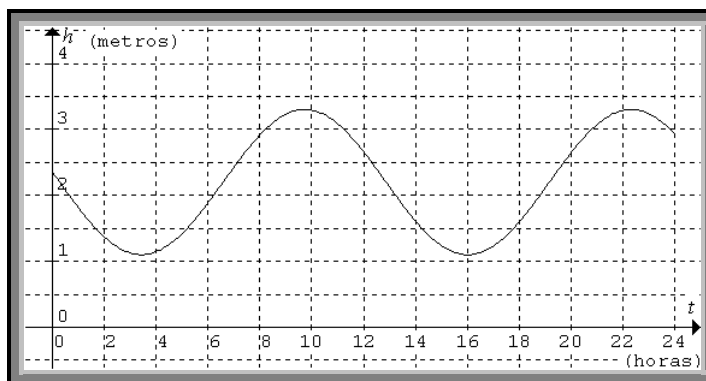
3. O gráfico representa, com uma boa aproximação, a variação da altura  $h$  das marés, num determinado lugar, em função das horas,  $t$ , de um determinado dia.

Neste dia a altura máxima da maré foi 3,3 m e a altura mínima 1,1 m.

Para esta função encontrou-se a expressão analítica

$$h(t) = 2,2 + 1,1 \times \text{sen}(0,5 \times t + 3)$$

sendo  $0 \leq t < 24$  em horas e  $h$  em metros.



Neste dia, a que horas foi a maré alta? (Indique esses instantes em horas e minutos)

**IMPORTANTE:** Não pode utilizar a calculadora para obter uma resolução gráfica ou fazer um estudo com tabelas.

**SUGESTÃO:** Resolva algebricamente as equações convenientes.

4. Sendo  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  e  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ , determine o valor exacto de  $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) - \text{sen}(3\pi + \alpha) + \text{tg}(\pi - \alpha)$ .

5. Determine, justificando, os valores reais de  $k$  para os quais  $\cos x = k^2 \wedge -\pi < x \leq 0$ .

**FIM**

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 30 pontos

2. .... 55 pontos

a) ..... 25

b) ..... 15

c) ..... 15

3. .... 25 pontos

4. .... 25 pontos

5. .... 15 pontos

**Total 200 pontos**