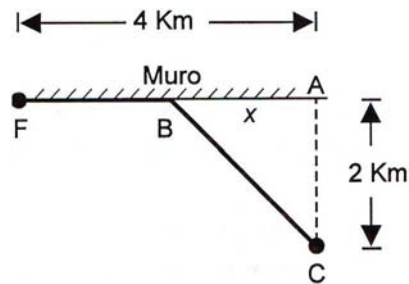


2. Pretende-se ligar uma fábrica F a uma central de tratamento de resíduos C, por meio de uma conduta, conforme a figura.



Tal como a figura sugere:

- A conduta deve seguir ao longo de um muro, até um certo ponto B, e daí deve seguir em linha recta até à central de tratamento;
- Designou-se por A o ponto do muro mais próximo da central de tratamento;
- A distância da fábrica ao ponto A é 4 km e a distância deste ponto à central é 2 km;
- Designou-se por x a distância entre A e B (em quilómetros).

O preço de colocação da conduta é:

- três mil euros por quilómetro, ao longo do muro;
- cinco mil euros por quilómetro, do muro à central de tratamento.

- a) Mostre que o preço de colocação da conduta, em **milhares de euros**, é dado, em função de x , em **quilómetros**, por:

$$p(x) = 12 - 3x + 5\sqrt{x^2 + 4}, \text{ com } x \in]0, 4[$$

- b) Determine o(s) valor(es) de x para o(s) qual(ais) o preço de colocação da conduta é de 22 mil euros.

- c) Seja q a função afim definida por $q(x) = 3x - 12$.

Seja $r = p + q$.

$$r^{-1}:]10, 10\sqrt{5}[\rightarrow]0, 4[$$

Sendo r^{-1} a função inversa da função r , mostre que:

$$x \rightarrow \frac{\sqrt{x^2 - 100}}{5}$$

Sugestão: Poderá ser útil reparar que a função r é contínua e estritamente crescente.

3. Um atleta, após uma lesão, iniciou um programa de recuperação física que consistia no seguinte:

- No 1.º dia é feito um certo exercício durante 10 minutos;
- Nos dias seguintes, há um acréscimo de 4 minutos ao tempo dedicado ao exercício no dia anterior.

Considere a sequência dos tempos gastos, em cada dia, pelo atleta no exercício.

- a) Mostre que uma expressão do termo geral da sucessão (t_n) que modela a situação é $t_n = 4n + 6$.

- b) O atleta iniciou o programa de recuperação no passado dia **3 de Maio**.

Supondo que o programa de recuperação terminou ontem, dia **31 de Maio** (inclusive), quantas horas e minutos dedicou, no total, o atleta ao exercício.

4. Considere as sucessões, assim definidas:

$$u_n = \frac{4-n}{3n} \quad v_n = \frac{5}{2^n} \quad w_n = \frac{1}{n^2+5}$$

- a) Mostre que a sucessão (u_n) é limitada.

Sugestão: Poderá ser útil começar por mostrar que a sucessão é monótona.

- b) Calcule a soma dos primeiros 20 termos da sucessão (v_n) , indicando o resultado com aproximação às milionésimas.

- c) Recorrendo às propriedades sobre infinitamente grandes e sobre infinitésimos, mostre que a sucessão (w_n) é um infinitésimo.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 64 pontos

Cada questão com resposta certa 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

2.ª Parte 136 pontos

1. 20 pontos

2. 50 pontos

a) 16

b) 17

c) 17

3. 26 pontos

a) 12

b) 14

4. 40 pontos

a) 16

b) 14

c) 10

Total 200 pontos

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$	Prisma: $\acute{A}rea\ da\ base \times Altura$
Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$	Cilindro: $\acute{A}rea\ da\ base \times Altura$
Polígono regular: $Semiper\acute{m}etro \times Ap\acute{o}tema$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \acute{A}rea\ da\ base \times Altura$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \acute{A}rea\ da\ base \times Altura$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

T1 Se $u_n \rightarrow +\infty$ e, a partir de uma certa ordem, $v_n \geq u_n$, então $v_n \rightarrow +\infty$.

T2 Se (v_n) é um infinitésimo e se, depois de uma certa ordem, $|u_n| \leq |v_n|$, então também (u_n) é um infinitésimo.

T3 Se (u_n) é um infinitamente grande e $u_n \neq 0$, para todo o $n \in \mathbb{N}$, então $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ é um infinitésimo.

T4 Se (v_n) é um infinitésimo e $v_n \neq 0$, para todo o $n \in \mathbb{N}$, então $\left(\frac{1}{v_n}\right)$ é um infinitamente grande.