

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

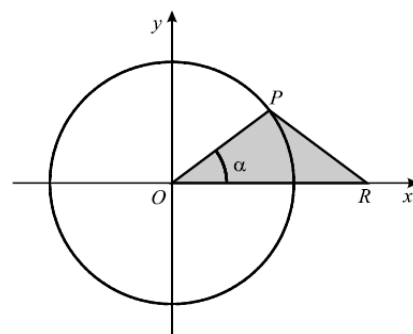
1. O gráfico de uma função  $f$  é uma parábola com a concavidade voltada para baixo cujo vértice é o ponto de coordenadas  $(3,2)$ . Seja  $f'$  a função derivada de  $f$ .

Qual dos valores seguintes é negativo?

- [A]  $f'(1)$                       [B]  $f'(2)$                       [C]  $f'(3)$                       [D]  $f'(4)$

2. Na figura está representado o círculo trigonométrico e um triângulo [POR], sendo  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo ROP.

O ponto P desloca-se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante. O ponto R desloca-se ao longo do eixo Ox, de tal modo que o triângulo [POR] é sempre isósceles.



a) Qual das expressões seguintes dá o **perímetro** do triângulo [POR], em função de  $\alpha$ ?

- [A]  $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$                       [B]  $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$   
 [C]  $2(1 + \cos \alpha)$                       [D]  $2(1 + \sin \alpha)$

b) Qual das expressões seguintes dá o **produto escalar**  $\overline{PO} \cdot \overline{PR}$ , em função de  $\alpha$ ?

- [A]  $1 + \cos(2\alpha)$                       [B]  $-\cos(2\alpha)$                       [C]  $1 - \cos(2\alpha)$                       [D]  $\cos(2\alpha)$

3. Considere, num referencial o. n.  $xOy$ , as rectas  $r$  e  $s$ , definidas, respectivamente, por:

$$r: (x, y) = (1, 2) + k(2, 0), k \in \mathbb{R}; \quad s: y = \frac{4}{3}x + 1$$

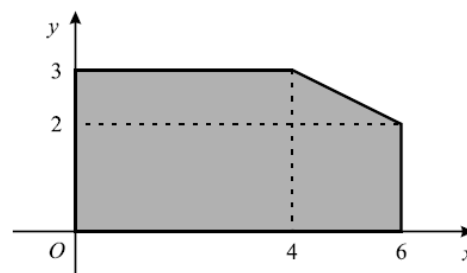
Qual é a amplitude, em graus, do ângulo destas duas rectas (valor arredondado às unidades)?

- [A]  $53^\circ$                       [B]  $51^\circ$                       [C]  $49^\circ$                       [D]  $47^\circ$

4. Num certo problema de Programação Linear, pretende-se maximizar a função objectivo, a qual é definida por  $L = x + 3y$ .

Na figura está representada a região admissível.

Qual é o valor máximo que a função objectivo pode alcançar nesta região?



- [A] 9                      [B] 13  
 [C] 15                      [D] 20

## 2.ª Parte

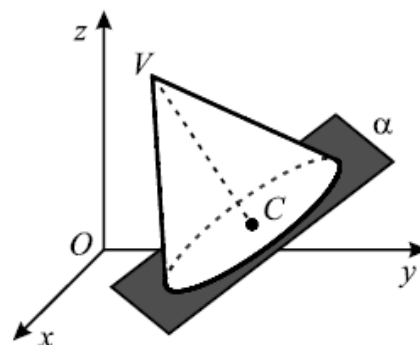
Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Sabendo que  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \frac{3}{5}$  e que  $a \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ , determine o valor de  $8 \operatorname{tg}(a) - 4$ .

2. Na figura está representado, em referencial o. n.  $Oxyz$ , um cone de revolução.

Sabe-se que:

- A base do cone está contida no plano  $\alpha$  de equação  $x + 2y - 2z = 11$ ;
- O vértice  $V$  do cone tem coordenadas  $(1, 2, 6)$ ;
- O ponto  $C$  é o centro da base do cone;
- O raio da base do cone é 3 unidades.



a) Mostre que as coordenadas do ponto  $C$  são  $(3, 6, 2)$ .

b) Escreva uma condição cartesiana que defina a base do cone.

3. Um laboratório está a ensaiar um medicamento, o ZITEX.

Admita que a concentração de ZITEX, em miligramas por litro de sangue,  $t$  horas após ter sido administrado a um paciente, é dada por

$$a(t) = \frac{12t+1}{(t+1)^2} - 1, \text{ com } t \in [0, 10].$$

a) Admita ainda que:

- É aconselhável que um medicamento com as características do ZITEX comece a produzir efeito, no máximo, 15 minutos após ter sido administrado a um paciente e que esse efeito se mantenha durante, pelo menos, 2 horas;
- A concentração mínima necessária, para que o ZITEX produza efeito, é 1,5 miligramas por litro (mg/l) de sangue.

Recorrendo às potencialidades da sua calculadora, averigúe se o ZITEX satisfaz as condições referidas. Fundamente a sua resposta e apresente todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente o gráfico, ou gráficos, obtido(s), bem como as coordenadas, arredondadas às centésimas, de alguns pontos relevantes.

b) O ZITEX foi administrado a um paciente às **8 horas da manhã** de um certo dia.

**Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos:

**b1)** Determine o valor da concentração de ZITEX, em miligramas por litro de sangue, às 9 horas da manhã.

**b2)** Determine o valor da taxa média de variação no intervalo  $[1, 4]$ .

Interprete, na situação descrita, o valor encontrado.

4. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ , definida por  $f(x) = -2 + \frac{4}{x+3}$ .

**Sem recorrer à calculadora**, a não ser para efectuar eventuais cálculos numéricos, resolva as alíneas seguintes:

a) Determine o conjunto de números reais que são soluções da condição  $f(x) \leq 2$ .  
 Apresente a resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

b) Mostre que  $x = -1$  é o único zero da função.

c) Usando a definição de derivada, mostre que  $f'(-1) = -1$ .

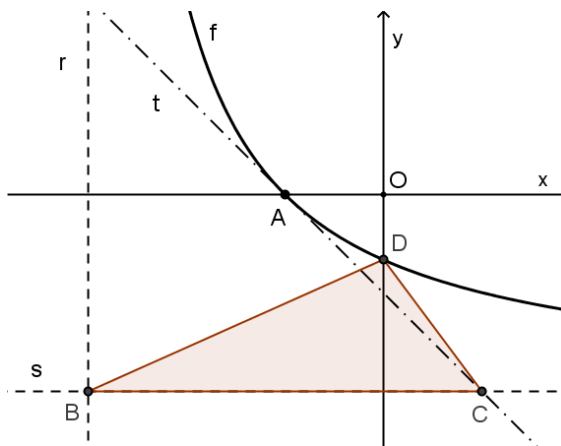
d) Na figura ao lado estão representados, em referencial ortonormado  $xOy$ :

- parte do gráfico da função  $f$ ;
- as rectas  $r$  e  $s$ , assíntotas do gráfico de  $f$ ;
- a recta  $t$ , tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $A$ ;
- o triângulo  $[BCD]$ .

$A$  e  $D$  são pontos de intersecção do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.

$B$  é o ponto de intersecção das rectas  $r$  e  $s$ .

$C$  é o ponto de intersecção das rectas  $s$  e  $t$ .



Tendo ainda em consideração os dados das alíneas b) e c), determine a área do triângulo  $[BCD]$ .

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

<b>1.ª Parte</b> .....	40 pontos
Cada questão com resposta certa .....	8 pontos
Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada.....	0 pontos
 <b>2.ª Parte</b> .....	160 pontos
1. ....	16 pontos
2. ....	28 pontos
a) .....	16
b) .....	12
2. ....	48 pontos
a) .....	20
b1) .....	12
b2) .....	16
3. ....	68 pontos
a) .....	18
b) .....	14
c) .....	18
d) .....	18
 <b>Total</b>	<b>200 pontos</b>