Escola Secundária/2,3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática A

27/10/2010 **Turma A - Prova 1** **11.º Ano**

Nome: ____ *N.º:* _____ *Turma:* ___

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.*

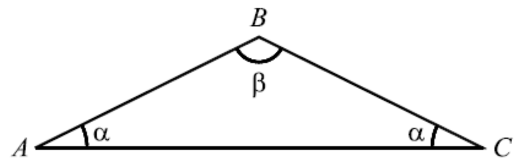
1. Seja θ um valor pertencente ao intervalo $\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$.

Qual das expressões seguintes designa um número real positivo?

[A] $sen\,\theta \times \cos\theta$ **[B]** $sen\,\theta - tg\,\theta$ **[C]** $sen\,\theta \times tg\,\theta$ **[D]** $\cos\theta - sen\,\theta$

2. Na figura está representado um triângulo [ABC] com dois ângulos de amplitude α e um ângulo de amplitude β .

Qual das igualdades seguintes é verdadeira, para qualquer triângulo nestas condições?



[A] $\cos(\frac{\beta}{2}) = -\cos\alpha$ **[B]** $\cos(\frac{\beta}{2}) = \cos\alpha$

[C] $\cos(\frac{\beta}{2}) = -sen\,\alpha$ **[D]** $\cos(\frac{\beta}{2}) = sen\,\alpha$

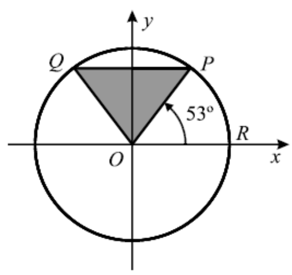
3. O ângulo generalizado do 2.º quadrante cujo seno é igual a $\cos\frac{\pi}{6}$ pode ser definido por:

[A] $120º + k.360º, k \in Z$ **[B]** $135º + k.360º, K \in Z$

[C] $145º + k.360º, k \in Z$ **[D]** $150º + k.360º, k \in Z$

4. Na figura está representado, em referencial o. n. *xOy*, o círculo trigonométrico.

Os pontos P e Q pertencem à circunferência, sendo a recta PQ paralela ao eixo *Ox*.
O ponto R pertence ao eixo *Ox*.
O ângulo ROP tem 53º de amplitude.



Qual é a área do triângulo [OPQ] (valor aproximado às décimas) ?

[A] $0,4$ **[B]** $0,5$

[C] $0,6$ **[D]** $0,7$

5. De um ângulo β , sabe-se que $tg\,(4\pi + \beta) > 0$ e que $\cos(-\beta) < 0$.
A que quadrante pertence β ?

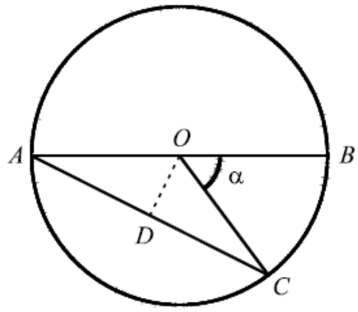
[A] 1.º quadrante **[B]** 2.º quadrante **[C]** 3.º quadrante **[D]** 4.º quadrante

2.ª Parte

*Nas questões seguintes, apresente **o seu raciocínio de forma clara**, indicando todos **os cálculos** que tiver de efectuar e **as justificações** que entender necessárias.*

1. Na figura está representada uma circunferência de centro O.
Sabe-se que:

- [AB] é um diâmetro da circunferência, sendo $\overline{AB} = 10$ cm;
- O ponto C pertence à circunferência;
- α é a amplitude do ângulo COB, sendo $\alpha = 70º$;
- [OD] é perpendicular a [AC].



a) Justifique que $B\hat{A}C = 35º$.

b) Determine o comprimento da corda [BC], com aproximação ao milímetro.

c) Mostre que, em cm^2, a área do triângulo [AOC] pode ser expressa por $A_{[AOC]} = 25 \times \cos^2 35º \times tg\, 35º$.

2.

a) Sem recorrer à calculadora, determine o valor exacto de:

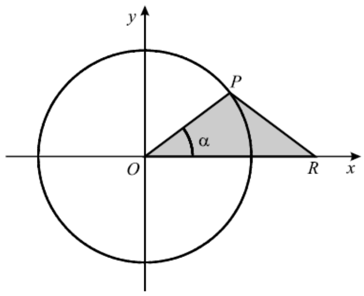
$$\cos\frac{19\pi}{4} + sen\,(-\frac{4\pi}{3}) + tg\,\frac{37\pi}{6} - \cos(-\frac{13\pi}{6}) .$$

b) Exprima em função das razões trigonométricas de α a seguinte expressão:

$$E(\alpha) = \cos(-\frac{\pi}{2} + \alpha) - 2\,sen\,(\frac{7\pi}{2} + \alpha) + tg\,(16\pi - \alpha) - sen\,(7\pi - \alpha) .$$

3. Na figura está representado um círculo de centro em O e um triângulo [POR].

- O ponto P desloca-se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante.
- O ponto R desloca-se ao longo do eixo *Ox*, de tal modo que o triângulo [POR] é sempre isósceles.
- $\overline{OP} = 2$.
- Seja $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ a amplitude, em radianos, do ângulo ROP.



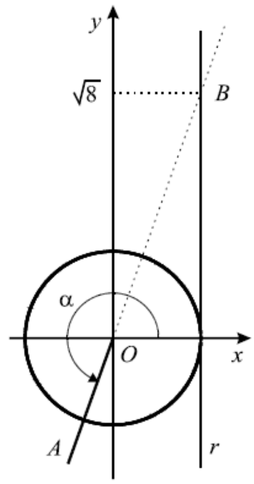
a) Mostre que o perímetro do triângulo [POR] é dado por $P(\alpha) = 4(1 + \cos\alpha)$.

b) Determine o valor de α para o qual o perímetro do triângulo é $4 + 2\sqrt{3}$.

c) Para um certo valor de α , sabe-se que $sen\,\alpha = \frac{3}{5}$.

Determine, para esse valor de α , o perímetro do triângulo [POR].

4. Na figura junta estão representados, em referencial o. n. *xOy*:



- o círculo trigonométrico;
- a recta *r*, de equação $x = 1$;
- o ângulo, de amplitude α, que tem por lado origem o semieixo positivo *Ox* e por lado extremidade a semi-recta $\dot{O}A$;
- o ponto B, intersecção do prolongamento da semi-recta $\dot{O}A$ com a recta *r*.

Como a figura sugere, a ordenada de B é $\sqrt{8}$.

a) Sem recorrer à calculadora, mostre que:

$$6\,sen\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-3\,sen\,(3\pi-\alpha)=2(\sqrt{2}-1).$$

b) Admita, agora, que o ponto B, solidariamente com a recta AO, se desloca continuamente ao longo da recta r, alternadamente, em cada um dos sentidos.
Nesta situação, a amplitude do ângulo considerado assumirá todos os valores do intervalo $\left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$.

Mostre que $\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=1-2\,sen^2\alpha$, $\forall \alpha \in \left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$.

Sugestão: Tenha em consideração que $tg\,\alpha=\dfrac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}$, $\forall \alpha \in \mathbb{R} \setminus \left\{\alpha=\frac{\pi}{2}+k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: *Área da base* $\times$ *Altura*
Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$	Cilindro: *Área da base* $\times$ *Altura*
Polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*
	Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 40 pontos

Cada questão com resposta certa .... 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada................................. 0 pontos

2.ª Parte .... 160 pontos

1. .... 40 pontos
   - a) 8
   - b) 14
   - c) 18

2. .... 40 pontos
   - a) 20
   - b) 20

3. .... 40 pontos
   - a) 12
   - b) 14
   - c) 14

4. .... 40 pontos
   - a) 25
   - b) 15

Total **200 pontos**