

ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: **Prova 2**

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a que estão será anulada, o mesmo a contendo e em caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. $[ABCD]$ é um quadrado de lado 2 unidades, P e Q os pontos médios dos lados $[BC]$ e $[CD]$.

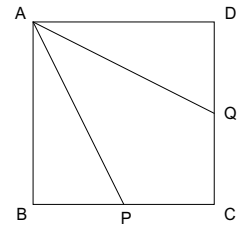
Então, o produto escalar $\vec{AB} \cdot \vec{AQ}$ é:

[E] $\sqrt{15}$.

[F] 4.

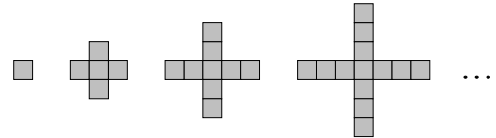
[G] 2.

[H] $\sqrt{5}$.



2. Observe a seguinte sequência de figuras ao lado.

A expressão do termo geral da sucessão do número de quadrados de cada figura é:



[E] $q_n = (n+1)^2 - 3$.

[F] $q_n = n^2$.

[G] $q_n = 1 + 4n$.

[H] nenhuma das anteriores.

3. Na figura está representada, num referencial o. n. $Oxyz$, uma recta PQ .

- O ponto P pertence ao plano yOz
- O ponto Q pertence ao plano xOy

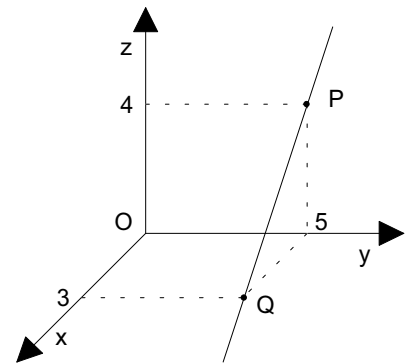
Indique qual das condições seguintes define a recta PQ .

[E] $(x, y, z) = (3, 0, -4) + k(3, 5, 0), k \in \mathbb{R}$.

[F] $x = 3 \wedge y = 5 \wedge z = 4$.

[G] $3x + 5y + 4z = 0$.

[H] $(x, y, z) = (3, 5, 0) + k(3, 0, -4), k \in \mathbb{R}$.



4. Considere as funções f e g , polinomiais, a seguir representadas.

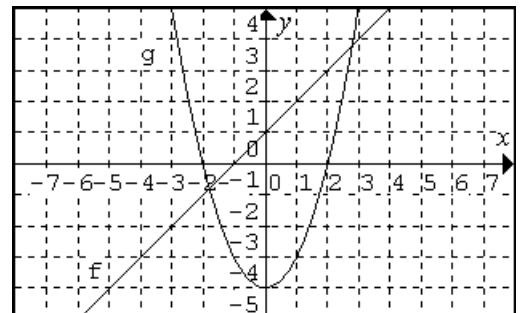
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

[E] $(g \circ f)(1) = -2$.

[F] 2 é um zero de $\frac{f}{g}$.

[G] $(f \circ g)(1) = -2$

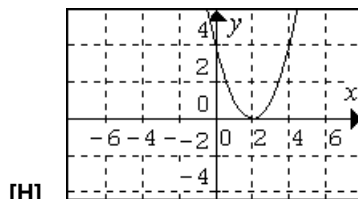
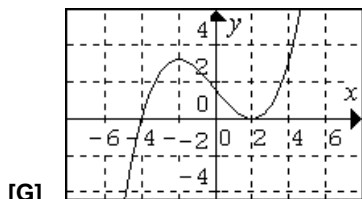
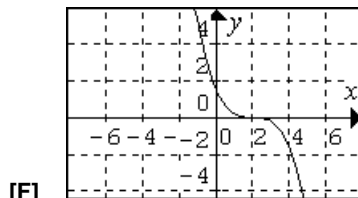
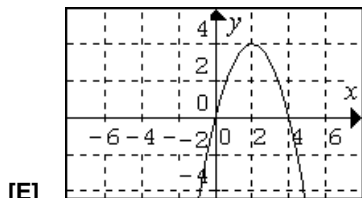
[H] $f^{-1}(0) = 1$.



5. Uma dada função h , polinomial, satisfaz as seguintes condições:

- a taxa média de variação no intervalo $[0, 2]$ é negativa;
- admite inversa (isto é, existe h^{-1});
- existe pelo menos um $x_0 \in \mathbb{R}$, tal que $h'(x_0) = 0$ (h' significa a função derivada de h)

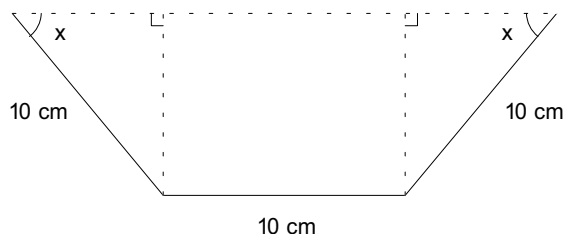
Das funções abaixo representadas graficamente, a única que satisfaz as três condições é:



2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Uma folha rectangular de metal com 30 cm de largura vai ser dobrada para se fabricar uma caleira. A figura ao lado representa um corte transversal da caleira, sendo $0^\circ < x \leq 90^\circ$.



a) Mostre que a área da secção da caleira pode ser expressa em função de x por

$$A(x) = 100 \cdot \sin x \cdot (\cos x + 1), \text{ para } 0^\circ < x \leq 90^\circ.$$

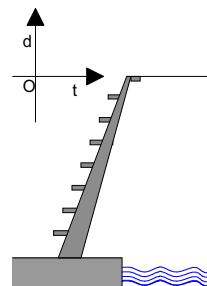
b) Supondo ter-se optado por $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, determine o valor exacto da área da secção da caleira.

2. O deslocamento, em *centímetros*, da extremidade solta de uma prancha de piscina t segundos depois de um salto, em relação à sua posição de equilíbrio, é dada por

$$d(t) = \frac{8 \cdot \sin(2\pi t)}{t^2 + 1}$$

a) Calcule $d\left(\frac{3}{4}\right)$ e interprete o resultado face à situação apresentada. (Observe a figura)

b) Determine analiticamente os instantes do intervalo $]1, 3[$ (em segundos) em que a prancha passou pela sua posição de equilíbrio.



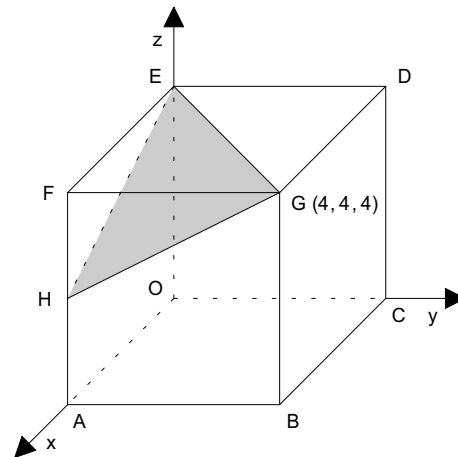
3. No referencial ortonormado $Oxyz$ está representada a secção feita pelo plano EGH no cubo $[OABCDEFG]$.

- A , C e E são pontos dos eixos coordenados
- H é o ponto médio da aresta $[AF]$
- $G(4, 4, 4)$

- a) Determine uma equação cartesiana do plano EGH .
- b) Determine uma equação vectorial da recta de intersecção dos planos EGH e xOy .

NOTA: Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere $3x - y + z = 2$ uma equação do plano EGH .

- c) Determine o volume do maior dos sólidos em que o plano EGH dividiu o cubo.



4. Um objecto move-se ao longo de uma recta e a sua distância, em *centímetros*, a um ponto de referência fixo é dada em função do tempo t em *segundos* por

$$d(t) = 2t + \frac{8}{t+1}, \quad \text{com } t \geq 0.$$

- a) Determine o período de tempo durante o qual o objecto distou do ponto de referência 15 cm ou menos?

NOTA: Justifique a sua resposta apresentando uma resolução analítica.

- b) Sabe-se que $d'(t) = 2 - \frac{8}{(t+1)^2}$ (d' designa a derivada de d).

Estude a monotonia e extremos da função definida em \mathbb{R}_0^+ por $d(t)$ e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

5. Considere as funções f , g e h reais de variável real, assim definidas:

$$f(x) = -2 + \sqrt{9-x} \qquad g(x) = \frac{3x-7}{x-1} \qquad h(x) = x-5$$

- a) Determine os valores de x para os quais $f(x) = h(x)$.

- b) Calcule $(f \circ h)(-1)$.
Indique, justificando, as assíntotas do gráfico de g .

- c) Caracterize g^{-1} , função inversa de g .

6. Considere a sucessão $n \rightarrow u_n = \frac{1+n}{2n-1}$.

Prove que $\frac{4}{7}$ é termo da sucessão e averigüe se (u_n) é ou não monótona.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 50 pontos

Cada resposta certa +10 pontos

Cada resposta errada -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte 150 pontos

1. 20 pontos

a) 10

b) 10

2. 17 pontos

a) 6

b) 11

3. 33 pontos

a) 15

b) 10

c) 8

4. 34 pontos

a) 18

b) 16

5. 36 pontos

a) 12

b) 12

c) 12

6. 10 pontos

Total 200 pontos