

**ATENÇÃO** - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: **Prova 2**

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

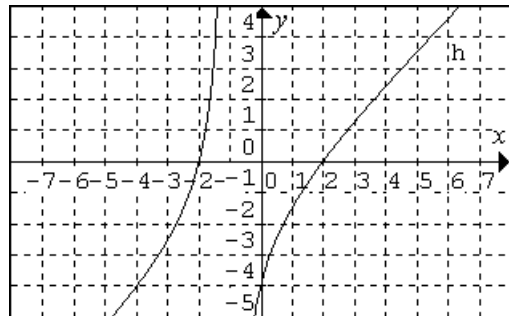
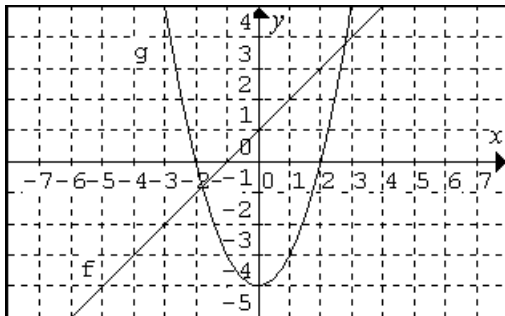
**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que stão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. O gráfico representa a evolução da taxa de desemprego em Portugal de 1987 a 1991. Pode dizer-se que:

- [E] a taxa de variação no início de 88 é negativa.
- [F] a taxa média de variação desde o início de 88 até ao fim de 90 é positiva.
- [G] a taxa média de variação no primeiro trimestre de 90 é nula.
- [H] a taxa de variação no início de 89 é positiva.



2. Considere as seguintes representações gráficas.



Os gráficos das funções polinomiais  $f$  e  $g$  são os representados à esquerda.

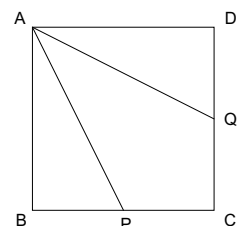
A função  $h$ , cujo gráfico se encontra à direita, é:

- [E]  $h = g \circ f$ .
- [F]  $h = f \times g$ .
- [G]  $h = \frac{g}{f}$ .
- [H]  $h = f + g$ .

3.  $[ABCD]$  é um quadrado de lado 2 unidades,  $P$  e  $Q$  os pontos médios dos lados  $[BC]$  e  $[CD]$ .

Então, o produto escalar  $\vec{AB} \cdot \vec{AP}$  é:

- [E] 2.
- [F]  $\sqrt{15}$ .
- [G]  $\sqrt{5}$ .
- [H] 4.



4. Considere, relativamente a um referencial ortonormado  $Oxyz$ :

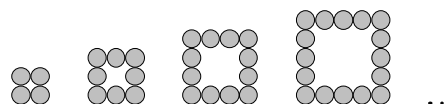
- Um ponto  $P$ , de coordenadas  $(0, 2, 3)$
- Uma recta  $r$ , definida pela condição  $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
- Um plano  $\alpha$ , definido pela equação  $3x - z = 2$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- |                                 |                                      |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| [E] $P$ pertence a $\alpha$ .   | [F] $P$ pertence a $r$ .             |
| [G] $r$ é paralela a $\alpha$ . | [H] $r$ é perpendicular a $\alpha$ . |

5. Observe a seguinte sequência de figuras ao lado.

A expressão do termo geral da sucessão do número de círculos de cada figura é:



- |                                   |                         |
|-----------------------------------|-------------------------|
| [E] $c_n = n^2 + 3$ .             | [F] $c_n = 4n$ .        |
| [G] $c_n = 2 \cdot (n - 1) + 4$ . | [H] $c_n = (n + 1)^2$ . |

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Em frente ao Refeitório da Escola, pretende-se construir um canteiro com forma triangular e inscrito no pátio semicircular.

Na figura ao lado está o esboço do projecto, sendo  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .

**NOTA:** Recorde que é rectângulo todo o triângulo inscrito numa semicircunferência.

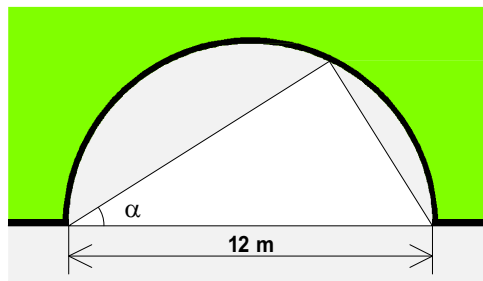
a) Mostre que a área do canteiro, em  $m^2$ , pode ser expressa em função de  $\alpha$  por:

$$A(\alpha) = 72 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \text{cos} \alpha, \text{ para } 0^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

b) Calcule  $A(30^\circ)$  e  $A(60^\circ)$ .

Interprete os resultados obtidos face à situação apresentada.

c) Supondo ter-se optado no projecto final por  $\text{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ , determine o valor exacto da área do canteiro.



2. O nível da água num depósito, entre as zero e as 24 horas de um determinado dia, é dado por

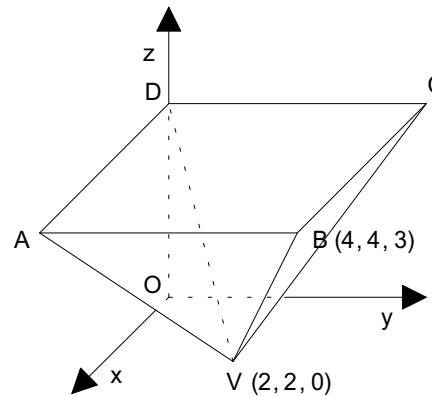
$$N(t) = 12 + 4 \cdot \text{cos} \left( \frac{\pi \cdot t}{6} \right)$$

com  $t$  em horas e  $N$  em metros.

Determine analiticamente em que instantes desse dia o nível da água no depósito foi de 10 metros.

3. No referencial ortonormado  $Oxyz$  está representada uma pirâmide recta, quadrangular regular, de vértice  $V$  e base  $[ABCD]$ .

- A base da pirâmide é paralela ao plano coordenado  $xOy$
- O vértice  $D$  pertence ao semieixo positivo  $Oz$
- O vértice  $A$  pertence ao plano coordenado  $xOz$
- $V(2, 2, 0)$  e  $B(4, 4, 3)$



a) Determine uma equação cartesiana do plano  $AVB$ .

b) Determine a intersecção dos 3 planos seguintes:

$$AVB, \quad xOy \quad \text{e} \quad \alpha: x - y = 0.$$

**NOTA:** Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere  $2y - 3z = 4$  uma equação do plano  $AVB$ .

c) Determine uma condição cartesiana que define a esfera de diâmetro  $[AC]$ .

4. Durante as primeiras 10 horas de observação, a área (em *centímetros quadrados*) ocupada por uma infecção cutânea alastrou segundo a função

$$a(t) = 2 + \frac{5t}{t^2 + 1}, \quad \text{com } t \text{ expresso em horas.}$$

a) Durante quanto tempo a área ocupada pela infecção foi superior ou igual a  $4 \text{ cm}^2$ ?

**NOTA:** Justifique a sua resposta apresentando uma resolução analítica.

b) Sabe-se que  $a'(t) = \frac{5 \cdot (1 - t^2)}{(t^2 + 1)^2}$  ( $a'$  designa a derivada de  $a$ ).

Estude a monotonia e extremos da função definida em  $[0, 10]$  por  $a(t)$  e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

5. Considere as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  reais de variável real, assim definidas:

$$f(x) = 4 + \sqrt{x+1} \qquad g(x) = \frac{5-2x}{x+2} \qquad h(x) = 3 - x$$

a) Determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = h(x)$ .

b) Calcule  $(g \circ h)(-1)$ .

Indique, justificando, as assíntotas do gráfico de  $g$ .

c) Caracterize  $g^{-1}$ , função inversa de  $g$ .

6. Considere a sucessão  $n \rightarrow v_n = \frac{2n}{n+1}$ .

Averigüe se 1,2 é termo da sucessão e prove que a sucessão é monótona crescente.

**FIM**

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 25 pontos

a) ..... 8

b) ..... 7

c) ..... 10

2. .... 12 pontos

3. .... 33 pontos

a) ..... 15

b) ..... 8

c) ..... 10

4. .... 34 pontos

a) ..... 18

b) ..... 16

5. .... 36 pontos

a) ..... 12

b) ..... 12

c) ..... 12

6. .... 10 pontos

**Total 200 pontos**