Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Global de Matemática

11.º Ano **Ano Lectivo de 1998/99** **Duração: 90 minutos**

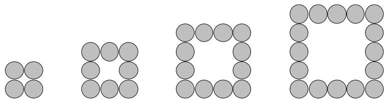
ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: ***Prova 1***

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Observe a seguinte sequência de figuras ao lado.

A expressão do termo geral da sucessão do número de círculos de cada figura é:

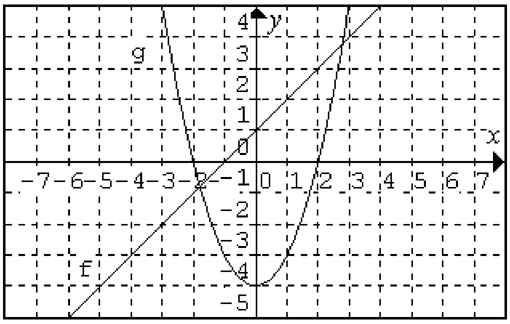


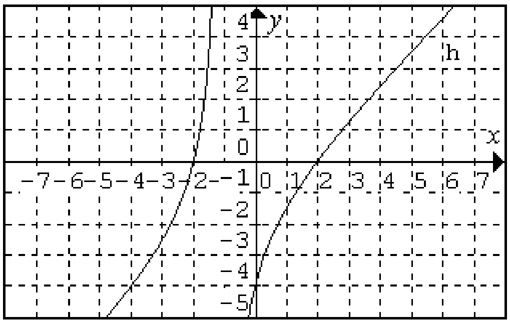
. . .

[A] $c_n = 2.(n-1)+4$. **[B]** $c_n = n^2+3$.

[C] $c_n = (n+1)^2$. **[D]** $c_n = 4n$.

2. Considere as seguintes representações gráficas.





Os gráficos das funções polinomiais *f* e *g* são os representados à esquerda.

A função *h*, cujo gráfico se encontra à direita, é:

[A] $h = \frac{g}{f}$. **[B]** $h = f + g$. **[C]** $h = g \circ f$. **[D]** $h = f \times g$.

3. Considere, relativamente a um referencial ortonormado *Oxyz*:

- Um ponto *P*, de coordenadas (0, 2, 3)
- Uma recta *r*, definida pela condição $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$
- Um plano α, definido pela equação $3x - z = 2$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

[A] *P* pertence a *r*. **[B]** *P* pertence a α.

[C] *r* é perpendicular a α. **[D]** *r* é paralela a α.

4. [*ABCD*] é um quadrado de lado 2 unidades, *P* e *Q* os pontos médios dos lados [*BC*] e [*CD*].

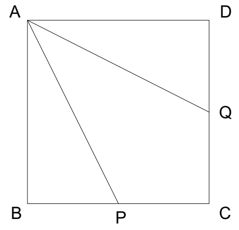
Então, o produto escalar $\vec{AB}.\vec{AP}$ é:

[A] $\sqrt{5}$.

[B] 2 .

[C] 4 .

[D] $\sqrt{15}$.



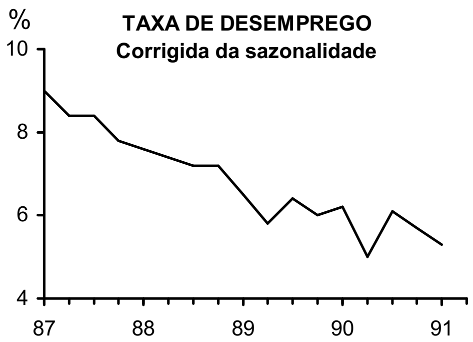
5. O gráfico representa a evolução da taxa de desemprego em Portugal de 1987 a 1991.
Pode dizer-se que:

[A] a taxa média de variação no primeiro trimestre de 90 é nula.

[B] a taxa média de variação desde o início de 88 até ao fim de 90 é positiva.

[C] a taxa de variação no início de 88 é negativa.

[D] a taxa de variação no início de 89 é positiva.



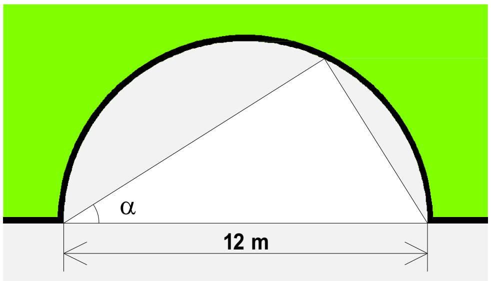
2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Em frente ao Refeitório da Escola, pretende-se construir um canteiro com forma triangular e inscrito no pátio semicircular.

Na figura ao lado está o esboço do projecto, sendo $0° < \alpha < 90°$.

NOTA: Recorde que é rectângulo todo o triângulo inscrito numa semicircunferência.



a) Mostre que a área do canteiro, em m^2, pode ser expressa em função de α por:

$$A(\alpha) = 72.\text{sen}\,\alpha.\cos\alpha \ , \quad \text{para } 0° < \alpha < 90° .$$

b) Calcule $A(30°)$ e $A(60°)$.
Interprete os resultados obtidos face à situação apresentada.

c) Supondo ter-se optado no projecto final por $tg\,\alpha = \frac{3}{4}$, determine o valor exacto da área do canteiro.

2. O nível da água num depósito, entre as zero e as 24 horas de um determinado dia, é dado por

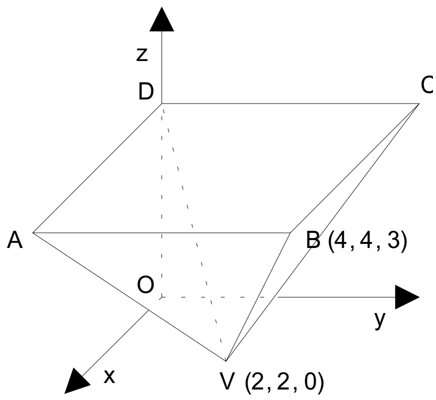
$$N(t) = 12 + 4.\cos\left(\frac{\pi.t}{6}\right)$$

com *t* em *horas* e *N* em *metros*.

Determine analiticamente em que instantes desse dia o nível da água no depósito foi de 10 metros.

3. No referencial ortonormado *Oxyz* está representada uma pirâmide recta, quadrangular regular, de vértice *V* e base [*ABCD*].

- A base da pirâmide é paralela ao plano coordenado *xOy*
- O vértice *D* pertence ao semieixo positivo *Oz*
- O vértice *A* pertence ao plano coordenado *xOz*
- V (2, 2, 0) e B (4, 4, 3)



a) Determine uma equação cartesiana do plano *AVB*.

b) Determine a intersecção dos 3 planos seguintes:

$$AVB, \qquad xOy \qquad \text{e} \qquad \alpha: \; x - y = 0 \, .$$

NOTA: Caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere $2y - 3z = 4$ uma equação do plano *AVB*.

c) Determine uma condição cartesiana que define a esfera de diâmetro [*AC*].

4. Durante as primeiras 10 horas de observação, a área (em *centímetros quadrados*) ocupada por uma infecção cutânea alastrou segundo a função

$$a(t) = 2 + \frac{5.t}{t^2 + 1}, \qquad \text{com } t \text{ expresso em } horas.$$

a) Durante quanto tempo a área ocupada pela infecção foi superior ou igual a 4 cm^2?

NOTA: Justifique a sua resposta apresentando uma resolução analítica.

b) Sabe-se que $a'(t) = \dfrac{5.(1 - t^2)}{(t^2 + 1)^2}$ (a' designa a derivada de a).

Estude a monotonia e extremos da função definida em $[0, 10]$ por $a(t)$ e interprete os resultados relativamente à situação inicialmente apresentada.

5. Considere as funções *f*, *g* e *h* reais de variável real, assim definidas:

$$f(x) = 4 + \sqrt{x + 1} \qquad g(x) = \frac{5 - 2x}{x + 2} \qquad h(x) = 3 - x$$

a) Determine os valores de *x* para os quais $f(x) = h(x)$.

b) Calcule $(g \circ h)(-1)$.
Indique, justificando, as assimptotas do gráfico de *g*.

c) Caracterize g^{-1}, função inversa de *g*.

6. Considere a sucessão $n \rightarrow v_n = \dfrac{2n}{n + 1}$.

Averigúe se $1{,}2$ é termo da sucessão e prove que a sucessão é monótona crescente.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada .... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada .... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	10	7	3	0	0	
	2	20	17	13	10		
	3	30	27	23			
	4	40	37				
	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 25 pontos
   - a) 8
   - b) 7
   - c) 10

2. .... 12 pontos

3. .... 33 pontos
   - a) 15
   - b) 8
   - c) 10

4. .... 34 pontos
   - a) 18
   - b) 16

5. .... 36 pontos
   - a) 12
   - b) 12
   - c) 12

6. .... 10 pontos

Total 200 pontos