

# Escola Secundária da Sé-Lamego

## Ficha de Trabalho de Matemática

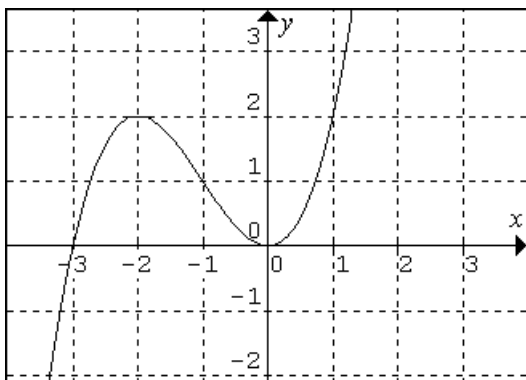
### Funções racionais

13/03/99

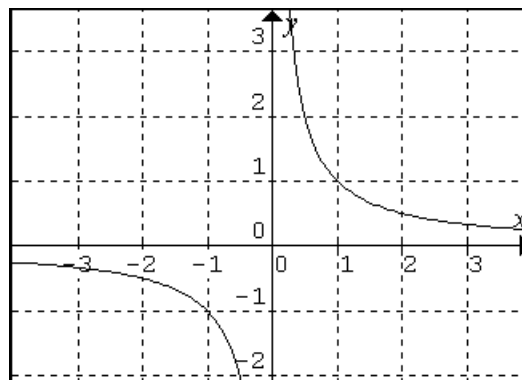
11.º Ano

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

1. Os gráficos que seguem representam, respectivamente as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real.



$x \rightarrow f(x)$  (função polinomial de grau 3)



$x \rightarrow g(x) = \frac{1}{x}$

- a) Determine  $(g+f)(-2)$  e  $(g \circ f)(-2)$ .
- b) Determine o domínio das funções  $\frac{f}{g}$  e  $g \circ f$ .
- c) Esboce graficamente as funções  $y_1 = |g(x)|$  e  $y_2 = g(|x|)$ .  
Justifique que as funções anteriores são idênticas (iguais).
- d) Sabendo que  $f$  é uma função polinomial de grau 3, mostre que  $(f \circ g)(x) = \frac{3x+1}{2x^3}$  para qualquer  $x$  pertencente ao domínio de  $f \circ g$ .
- e) Resolva, gráfica e analiticamente, as condições:  $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$  e  $g(x) \leq x$ .
2. Juntou-se ácido puro a 30 gramas de uma substância 30% ácida.  
Seja  $x$  o número de gramas de ácido puro adicionado.
- a) Determine uma expressão que represente a concentração do composto formado.
- b) Represente graficamente a função da alínea anterior (tenha em atenção o domínio).
- c) Entre que valores varia a função?
- d) Qual a quantidade de ácido puro que devemos adicionar para produzir uma solução 75% ácida?
3. Carlos Altis, um atleta que está a começar a sua carreira em salto em altura, arranhou um treinador. Este depois de lhe fazer alguns exames e experiências, declarou que a altura a que conseguiria saltar se seguisse cuidadosamente o seu novo método de treino, evoluiria de acordo com a seguinte função

$$a(t) = \frac{11t + 60}{5t + 30}$$

em que  $a$  é a altura em metros e  $t$  é o tempo em semanas desde o início dos treinos.

- a) Que altura salta o Carlos no momento em que começa os treinos?
- b) O grande objectivo do Carlos é bater o recorde nacional, que é de 2,16 metros. Conseguirá? Quando?
- c) O recorde do mundo está nos 2,30 metros. Conseguirá o Carlos chegar lá?

4. Os serviços de jardinagem da Câmara plantaram uma nova árvore no parque da cidade. Segundo os técnicos, a árvore cresce de acordo com a função

$$h(t) = \frac{12t + 4}{t + 4}$$

em que  $h$  representa a altura em metros e  $t$  o tempo em anos desde que a árvore foi plantada no parque.

- Qual era a altura da árvore no momento em que foi plantada no parque?
- Quando terá a árvore 15 metros de altura?
- Há uma altura máxima que a árvore nunca ultrapassará. Qual é ela?
- A árvore fica bem integrada no parque quando tiver mais de 7 metros. A partir de quando acontecerá isso?
- Em média, uma árvore destas deixa de estar em boas condições aos 70 anos e tem de ser substituída. Que altura terá a árvore nessa altura?

5. A evolução do preço de um determinado produto é previsto pela função

$$p(m) = 600 + \frac{200}{m + 1}$$

em que  $p$  representa o preço em escudos e  $m$  o tempo em meses.

- Qual é o preço inicial do produto?
- Qual é o preço ao fim de um ano?
- Haverá uma altura em que o preço do produto seja aproximadamente 620 escudos?
- Represente graficamente a evolução do preço durante um ano.

6. Uma avaria na central nuclear de Viladávila fez disparar o seu sistema de alarme. Os técnicos imediatamente activaram os procedimentos de emergência. Suponha que a temperatura da água do sistema de refrigeração do núcleo da central evolui a partir daí de acordo com a função

$$T(x) = \frac{4x^2 + 8x + 88}{x + 1}$$

em que  $T$  é a temperatura em °C e  $x$  é o tempo decorrido em horas.

- Qual a temperatura da água quando se iniciou o procedimento de emergência?
- A sirene do alarme toca enquanto a temperatura for superior a 50 °C. Quando é que a sirene esteve a tocar?
- O sistema de refrigeração explode se a água atingir ao 100 °C. Se os técnicos não fizerem mais nada, quando é isso acontecerá?

## SOLUÇÕES

1.

a)  $\frac{3}{2}; \frac{1}{2}$ .

b)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}; \mathbb{R} \setminus \{-3,0\}$ .

c)

d) Note que  $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x + 3) \cdot x^2$

e)  $]-3, 0[; [-1, 0[ \cup ]1, +\infty[$ .

2.

a)  $C(x) = \frac{9 + x}{30 + x}$ .

b)

c)  $\left[ \frac{3}{10}, 1 \right[$

d) 54 gramas de ácido puro.

3.

a) 2 metros.

b) Sim, na 24ª semana.

c) Não.

4.

a) 1 metro.

b) Nunca.

c) 12 metros.

d) Aproximadamente 4 anos e 10 meses (4,8 anos).

e) Aproximadamente 11,4 metros.

5.

a) 800 escudos.

b) 615 escudos, aproximadamente.

c) Sim, aproximadamente após 9 meses.

d)

6.

a) 88 °C.

b) Até 1 hora após o disparo do sistema de alarme e mais tarde, 9 horas e 30 minutos depois do alarme, continuará a tocar se nada for feito.

c) Decorrido 23 horas e 8 minutos, aproximadamente, depois do sinal de alarme.