Escola Secundária da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

27/10/98 ***Trigonometria - 5*** **11.º Ano**

Nome: ____ N.º:____ Turma: ___

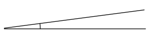
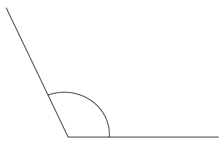
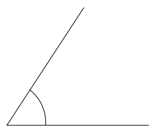
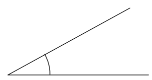
1.ª Parte

Para cada uma das seguintes questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. Num determinado quadrante, o seno é decrescente e a tangente é negativa.
Relativamente a esse quadrante, qual das afirmações é verdadeira?

[A] O co-seno é positivo e crescente.
[B] O co-seno é positivo e decrescente.
[C] O co-seno é negativo e crescente.
[D] O co-seno é negativo e decrescente.

2. Dos quatro ângulos seguintes, um deles tem 1 radiano de amplitude. Indique-o.

[A]  **[B]**  **[C]**  **[D]** 

3. De um ângulo α, sabe-se que $\text{sen}\,(\pi+\alpha)$ é positivo e que $\cos\,(2\pi-\alpha)$ é negativo.
A que quadrante pertence α?

[A] 1.º. **[B]** 2.º. **[C]** 3.º. **[D]** 4.º.

4. Num dado domínio, a expressão $\dfrac{2.\text{sen}\,x\,.\cos x}{1+\cos^2 x-\text{sen}^2 x}$ é equivalente a:

[A] $2.\text{sen}\,x\,.\cos x$. **[B]** $\text{sen}\,x\,.\cos x$. **[C]** $tg\ x$. **[D]** $\dfrac{2}{1+\cos x-\text{sen}\,x}$.

5. No respectivo domínio, a expressão $\dfrac{\text{sen}\ (\frac{\pi}{2}-x)-\cos\ (\pi+x)}{2.\text{sen}\ (-x-\frac{3\pi}{2})}$ é equivalente a:

[A] $\text{tg}\,x$. **[B]** 0. **[C]** -1. **[D]** 1.

6. Qual das afirmações é verdadeira?

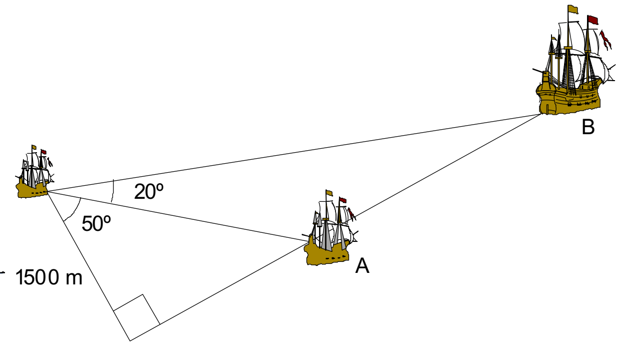
[A] $\cos\ (x+\frac{\pi}{2}) = \cos x + \cos\ \frac{\pi}{2},\ \forall x \in R$. **[B]** $sen\ (3x) = 3.sen\ x,\ \forall x \in R$.

[C] $sen\ (\frac{3\pi}{2}+x) = \cos\ (\text{-}x+\pi),\ \forall x \in R$. **[D]** $\dfrac{sen\ (2x)}{\cos\ (3x)} = tg\ (\frac{2}{3}x),\ \forall x \in R$.

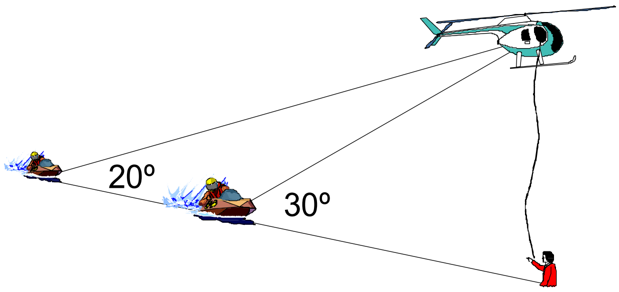
2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

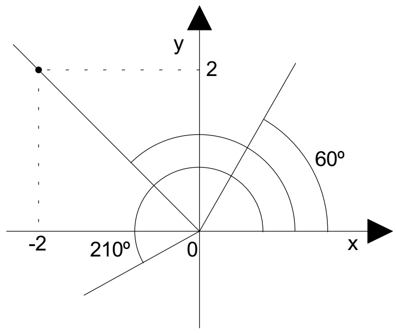
1. Observe a figura ao lado.
Atendendo aos dados da figura, determine a distância entre os navios A e B.



2. Observe a figura abaixo.
Sabendo que o barco mais próximo está a 50 metros do náufrago, determine a distância entre os barcos.



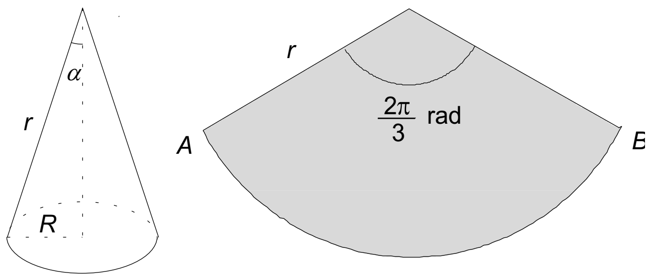
3. A figura representa um referencial *o.n.* onde estão assinalados três ângulos.



a) Escreva a expressão geral (*no sistema circular - em radianos*) dos ângulos com os mesmos lados dos representados.

b) Represente o ângulo cujo lado extremidade é coincidente com o de amplitude $135º + 210º$.
Sabendo que a determinação principal de um ângulo é o valor que se situa em $]-\pi, \pi]^{rad}$, indique a determinação principal do referido ângulo.

4. A superfície lateral de um cone é um sector circular de raio *r* e amplitude $\dfrac{2\pi}{3}$ rad.
Pretende-se conhecer o ângulo α que a geratriz do cone forma com o seu eixo. Comece por:



a) Mostrar que a expressão do comprimento do arco AB (*s*) em função de *r* é $s = \dfrac{2\pi}{3} \times r$;

b) Justificar que, sendo *R* o raio da base do cone, $2\pi R = \dfrac{2\pi}{3} \times r$;

c) Mostrar que $sen\ \alpha = \frac{1}{3}$ e, finalmente, determine a amplitude de α no sistema sexagesimal.

5. Mostre que:

a) $\cos\dfrac{\pi}{4} - 3.tg\dfrac{\pi}{6} + sen\dfrac{\pi}{3} - \cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$.

b) $[sen\ (-\pi - \alpha) - \cos\ (\pi - \alpha)].[sen\ (\dfrac{\pi}{2} + \alpha) - sen\ (\pi - \alpha)] = 1 - 2.sen^2\alpha$.

6. Simplifique:

a) $sen\,(5\pi - x) + \cos\,(\frac{3\pi}{2} + x) - tg\frac{9\pi}{4}\,.\,\cos\,(\pi + x)$

b) $sen\,(x - \frac{7\pi}{2}) + \cos\,(5\pi - x) - \cos\,(-\frac{7\pi}{2} + x) - tg\,(\frac{8\pi}{3})$

7. Sabendo que $tg\,\alpha = \frac{3}{4}$ e $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, determine $\cos\alpha + \cos\,(\frac{\pi}{2} - \alpha)$.

8. Determine o valor de $\cos\,(\pi - x) + sen\,(-\frac{\pi}{2} + x)$, sabendo que $tg\,x = -3$ e que $-\frac{\pi}{2} \le x < \frac{\pi}{2}$.

SOLUÇÕES

1.ª Parte

1. D **2.** C **3.** C **4.** C **5.** D **6.** C

2.ª Parte

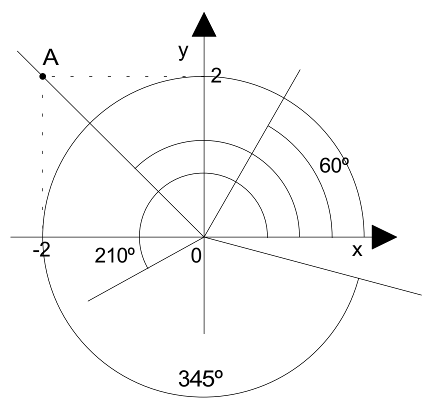
1. Os navios A e B distam 2.334 metros aproximadamente.

2. Os barcos estão distanciados aproximadamente 29 metros.

3.

a) A expressão geral (*no sistema circular*) dos ângulos com os mesmos lados dos representados é, respectivamente:

- $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z$;
- $x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in Z$; (Note que $\dot{O}A$ é a bissectriz do 2.º Q.)
- $x_3 = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in Z$;



b) A determinação principal do referido ângulo é $-\frac{\pi}{12}$ rad.

4.

a) Tendo em consideração a definição de radiano, temos:

$$\frac{1^{(rad)}}{r} = \frac{\frac{2\pi}{3}\ ^{(rad)}}{s}, \text{ donde } s = \frac{2\pi}{3} \times r.$$

b) Como o perímetro da base do cone é igual ao comprimento do arco AB, temos $2\pi R = \frac{2\pi}{3} \times r$.

c) Como $2\pi R = \frac{2\pi}{3} \times r \Leftrightarrow R = \frac{1}{3}r$, então $sen\alpha = \frac{R}{r} \Leftrightarrow sen\alpha = \frac{1}{3}$, donde $\alpha = 19{,}5º$ (1 c.d.).

5.

a)

$$\begin{aligned}\cos\frac{\pi}{4} - 3.tg\frac{\pi}{6} + sen\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{6} &= \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}[sen\,(-\pi-\alpha)\ -\ \cos\ (\pi-\alpha)].[sen\,(\frac{\pi}{2}+\alpha)\ -\ sen\,(\pi-\alpha)] &= [-sen\,(\pi+\alpha)\ +\ \cos\ \alpha].[\cos\ (-\alpha)\ -\ sen\ \alpha]\\ &= (sen\ \alpha\ +\ \cos\ \alpha).(\cos\ \alpha\ -\ sen\ \alpha)\\ &= \cos^2\alpha\ -\ sen^2\alpha\\ &= (1-sen^2\alpha)-sen^2\alpha\\ &= 1-2.sen^2\alpha\end{aligned}$$

6.

a)

$$\begin{aligned}sen\,(5\pi-x)\ +\ \cos\ (\frac{3\pi}{2}+x)\ -\ tg\frac{9\pi}{4}\ .\ \cos\ (\pi+x) &= sen\,(\pi-x)\ +\ \cos\ (\pi+(\frac{\pi}{2}+x))\ -\ tg\,(2\pi+\frac{\pi}{4})\ .\ (-\cos\ x)\\ &= sen\,x\ -\ \cos\ (\frac{\pi}{2}-(-x))\ -\ tg\frac{\pi}{4}\ .\ (-\cos\ x)\\ &= sen\,x\ -\ sen\,(-x)\ -\ 1\times(-\cos\ x)\\ &= sen\,x\ +\ sen\,x\ +\ \cos\ x\\ &= 2.sen\,x\ +\ \cos\ x\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\text{sen}\,(x-\frac{7\pi}{2})+\cos(5\pi-x)-\cos(-\frac{7\pi}{2}+x)-tg\,(\frac{8\pi}{3}) &= \text{sen}\,(x-\frac{7\pi}{2}+4\pi)+\cos(\pi-x)-\cos(4\pi-\frac{7\pi}{2}+x)-tg\,(-3\pi+\frac{8\pi}{3})\\ &= \text{sen}\,(\frac{\pi}{2}+x)-\cos x-\cos(\frac{\pi}{2}+x)-tg\,(-\frac{\pi}{3})\\ &= \cos(-x)-\cos x-\text{sen}\,(-x)+tg\,\frac{\pi}{3}\\ &= \cos x-\cos x-\text{sen}\,(-x)+tg\,\frac{\pi}{3}\\ &= \text{sen}\,x+\sqrt{3}\end{aligned}$$

7. Ora,

$$\begin{aligned}\cos^2\alpha=\frac{1}{1+(\frac{3}{4})^2} &\Leftrightarrow \cos^2\alpha=\frac{1}{\frac{25}{16}}\\ &\Leftrightarrow \cos^2\alpha=\frac{16}{25}\\ &\Leftrightarrow \cos\alpha=\pm\frac{4}{5}\end{aligned}$$

Mas como α pertence ao 3.º quadrante, então $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$.

Logo, $sen\alpha=-\sqrt{1-(-\frac{4}{5})^2}\ \Leftrightarrow\ sen\alpha=-\sqrt{\frac{9}{25}}\ \Leftrightarrow\ sen\alpha=-\frac{3}{5}$

e, portanto, $\cos\ \alpha\ +\ \cos\ (\frac{\pi}{2}-\alpha)\ =\ \cos\alpha+sen\alpha\ =\ -\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\ =\ -\frac{7}{5}$.

8. Ora,

$$\begin{aligned}\cos\ (\pi-x)\ +\ sen\,(-\frac{\pi}{2}+x) &= -\cos\ (-x)\ -\ sen\,(\frac{\pi}{2}-x)\\ &= -\cos x-\cos x\\ &= -2.\cos x\end{aligned}$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned}\cos^2x=\frac{1}{1+(-3)^2} &\Leftrightarrow \cos^2x=\frac{1}{10}\\ &\Leftrightarrow \cos x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\\ &\Leftrightarrow \cos x=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}\end{aligned}$$

Como $-\frac{\pi}{2}\ \le\ x\ <\ \frac{\pi}{2}$ (e $tg\,x<0$ $(x\in 4.^{o}Q)$), então $\cos x=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Logo, $\cos\ (\pi-x)\ +\ sen\,(-\frac{\pi}{2}+x)=-2\times\frac{\sqrt{10}}{10}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$.

O Professor