

Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Ficha de Trabalho de Matemática

Ano Lectivo 2003/04

Relações entre razões trigonométricas; equações

11.º Ano

Nome: _____ N.º: ____ Turma: ____

1. Simplifique as expressões:

a) $\cos(\pi - \alpha) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

b) $\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2\cos(\pi + \alpha)$

c) $2\operatorname{sen}(\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{sen}(-\alpha)$

d) $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}(-\alpha)$

e) $\cos(x - \pi) - \cos(3\pi - x) + \operatorname{sen}\left(-\frac{5\pi}{2} + x\right)$

f) $\cos(-x) + \operatorname{sen}(\pi - x) + \cos(\pi + x)$

g) $\operatorname{sen}(x - 5\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

h) $\operatorname{sen}\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) + \cos(5\pi - x) - \cos\left(-\frac{7\pi}{2} + x\right)$

2. Calcule o valor exacto de:

a) $\operatorname{sen}\frac{\pi}{6} + 3\cos\frac{\pi}{3}$

b) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} - 2\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}$

c) $2\operatorname{sen}\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\frac{7\pi}{4} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$

d) $\cos 750^\circ - 2\operatorname{sen} 1140^\circ + \operatorname{tg}(-405^\circ)$

e) $\operatorname{sen} 1470^\circ - \cos 1080^\circ - 2\operatorname{tg} 765^\circ$

f) $\operatorname{sen}\left(-\frac{7}{6}\pi\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{17}{6}\pi\right) + \cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \operatorname{tg}\frac{8}{3}\pi$

3. Através de uma construção geométrica represente:

a) Um ângulo do 2.º Q de seno 0,25.

b) Um ângulo de 1.º Q de seno 1,5.

c) Um ângulo do 3.º Q de co-seno -0,75.

d) Um ângulo de tangente -2.

4. Usando fórmulas de trigonometria, calcule:

a) $\operatorname{tg} \beta$, sendo $\operatorname{sen} \beta = -\frac{1}{2}$ e β do 4.º Q.

b) $\operatorname{sen} x - \cos(\pi - x)$, sendo $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Sabendo que x é um ângulo do 3.º quadrante e que $\operatorname{tg} x = \frac{1}{4}$, calcule:

a) $\cos(\pi - x)$

b) $\frac{1}{\operatorname{tg}(\pi + x)}$

c) $\operatorname{sen}(2\pi - x)$

d) $\frac{1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$

6. Acerca do ângulo α , sabe-se que $\text{sen}(\pi + \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{3} \wedge 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Calcule $\cos(\pi - \alpha) + \text{tg}(\pi + \alpha)$.

7. Resolva as equações trigonométricas:

a) $\text{sen}(2x + 10^\circ) = \text{sen} 50^\circ$

b) $\text{sen}(2x) = -\text{sen} x$

c) $\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \text{tg} \frac{\pi}{3}$

d) $\cos(2x) = -\cos \frac{\pi}{5}$

e) $2 \cos x = -\sqrt{3}$

f) $\text{sen} x = 0,5$

g) $\text{tg}(x + 15^\circ) = -\sqrt{3}$

h) $\text{tg}(2x) = -\text{tg} \frac{\pi}{6}$

i) $\text{sen} x \cdot \cos x = 0$

j) $\cos^2 x - \text{sen}^2 x = 0$

8. Resolva cada uma das seguintes equações trigonométricas e indique para cada uma delas as soluções que pertencem ao intervalo $[-\pi, \pi]$.

a) $1 + 2 \cos x = 0$.

b) $3 \text{sen}(2x) = -4$.

c) $\text{sen}(3x) = -\text{sen} x$.

d) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \text{tg} x = 0$.

SOLUÇÕES

1.

a) 0

b) $-3 \cos \alpha$

c) $-4 \text{sen} \alpha$

d) $-2 \text{tg} \alpha$

e) $-\cos x$

f) $\text{sen} x$

g) $-\cos x$

h) $\text{sen} x$

2.

a) 2

b) 0

7.

a) $x = 20^\circ + k \cdot 180^\circ \vee x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

b) $x = \frac{2k\pi}{3} \vee x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) $x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi \vee x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

d) $x = \pm \frac{3\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

e) $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

f) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

g) $x = 105^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

h) $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

c) $-\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

d) $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

e) $-\frac{5}{2}$

f) $-\frac{1}{2}$

4.

a) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $-\frac{\sqrt{3} \mp 1}{2}$

5.

a) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

b) 4

c) $\frac{\sqrt{17}}{17}$

d) $-\frac{1}{4}$

6. $\frac{3\sqrt{14} - 7\sqrt{7}}{21}$

i) $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

j) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

8.

a) $S = \{-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$

b) $S = \emptyset$ (A equação é impossível)

c) $S = \{-\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi\}$

d) $S = \{-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$

O Professor