

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. Seja h uma função de domínio \mathbb{R} e contradomínio $[-2,3]$.

Qual é o contradomínio de $|h|$?

[A] $[-2,3]$

[B] $[0,2]$

[C] $[0,3]$

[D] $[2,3]$

2. Na figura estão representadas, em referencial o.n. xOy , duas parábolas geometricamente iguais, que são os gráficos de duas funções quadráticas, f e g .

Os vértices das duas parábolas são os pontos V_f e V_g , de coordenadas $(3,5)$ e $(3,-2)$, respectivamente.

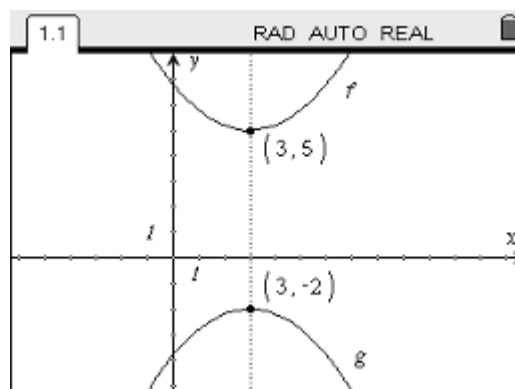
Qual das expressões seguintes define a função g ?

[A] $g(x) = f(x-2) + 3$

[B] $g(x) = -f(x) + 3$

[C] $g(x) = f(x-3) - 2$

[D] $g(x) = -f(x) + 7$



3. Em referencial o.n. $Oxyz$, considere:

- a esfera E definida pela condição $x^2 + y^2 + (z-2)^2 \leq 4$;
- a recta r de equação vectorial $(x, y, z) = (0, 0, 2) + k(0, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$.

A intersecção da esfera E com a recta r é

[A] um ponto.

[B] o conjunto vazio.

[C] um segmento de recta de comprimento 2.

[D] um segmento de recta de comprimento 4.

4. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy , uma semicircunferência de centro na origem e que passa nos pontos P e Q . O ponto P tem coordenadas $(-3, 4)$ e o ponto Q tem coordenadas $(3, 4)$. Na figura está também representado o segmento de recta $[PQ]$.

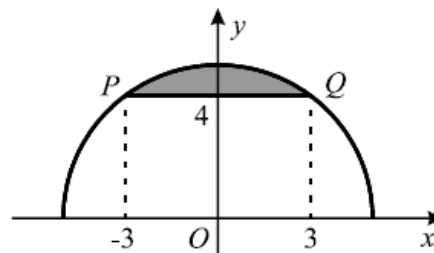
Qual das condições seguintes define o domínio plano sombreado?

[A] $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge -3 \leq x \leq 3$

[B] $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge y \geq 4$

[C] $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge -3 \leq x \leq 3$

[D] $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq 4$



5. Considere a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = |x| - 5$.

Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

[A] $g(x) = -9$

[B] $g(x) = -7$

[C] $g(x) = -5$

[D] $g(x) = -3$

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo [OPQRSTUV].

A aresta [OP] está contida no semieixo positivo Ox , a aresta [OR] está contida no semieixo positivo Oy e a aresta [OS] está contida no semieixo positivo Oz .

O ponto U tem coordenadas $(2, 2, 2)$.

No eixo Oz está representado um ponto A, cuja cota é 4.

a) Considere as seguintes afirmações:

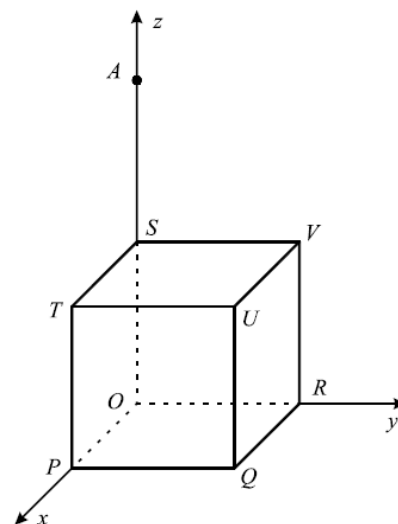
“O ponto T pertence ao plano mediador do segmento de recta [SR].”

“Os vectores \overline{UA} e \overline{SQ} têm iguais normas.”

Justifique que uma das afirmações é verdadeira e a outra é falsa.

b) Defina, por meio de uma condição, a aresta [UQ].

c) Determine as coordenadas do ponto B, tal que: $\overline{UV} = \overline{AB} - 2\overline{RT}$.



2. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy , o gráfico de uma função f , de domínio $[-2, 7]$.

Os pontos A, B e C são ponto do gráfico da função, sendo $A(3, -1)$ e $B(4, 2)$.

a) Determine a equação reduzida da recta AB e, de seguida, conclua que $C(\frac{10}{3}, 0)$.

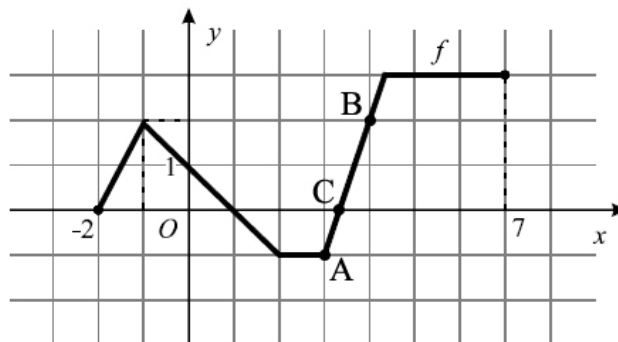
b) Indique o contradomínio, os zeros, os intervalos de monotonia e os extremos (absolutos e relativos) de f .

Nota: No caso de ter necessidade de indicar a abcissa do ponto de ordenada 3 da recta AB, tenha em consideração os resultados da alínea a).

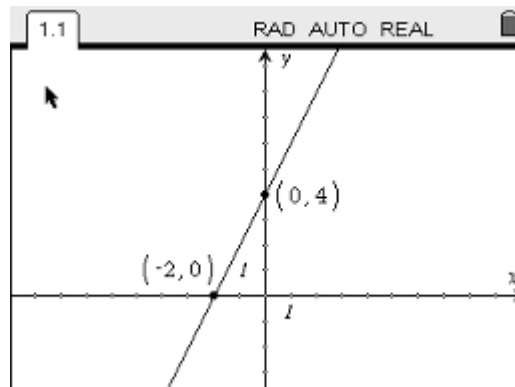
c) Construa o quadro de variação de sinal da função.

d) Indique o conjunto solução da condição $f(x) < f(-1)$.

Apresente a sua resposta na forma de união de intervalos de números reais.



3. Considere a função afim f , cujo gráfico é a recta representada no visor da calculadora gráfica reproduzido na figura ao lado. Os pontos de coordenadas $(-2,0)$ e $(0,4)$ são pontos de intersecção da recta considerada com os eixos coordenados.



- a) Represente graficamente a função g , de domínio \mathbb{R} , tal que $g(x) = |f(x-4)| - 2$.
- b) Considere agora a função h , de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = \frac{3}{4} - |2x + 4|$.
- b1) Resolva, analiticamente, a condição $h(x) < -2$.
- b2) Defina a função h por ramos.

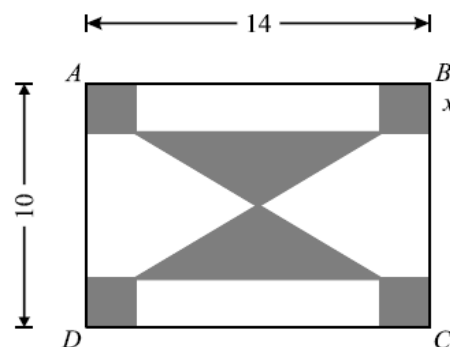
4. Na figura está representado um rectângulo [ABCD].

Este rectângulo é o esboço de uma placa decorativa de 14 cm de comprimento por 10 cm de largura e que será constituída por uma parte de metal (representada a cinzento) e por uma parte de madeira (representada a branco).

A parte de metal é formada por dois triângulos iguais e por quatro quadrados também iguais.

Cada triângulo tem vértice no centro do rectângulo [ABCD].

Seja x o lado de cada quadrado, medido em cm ($x \in]0,5[$).



- a) Mostre que a área, em cm^2 , da parte de madeira (representada a branco) da placa decorativa é dada, em função de x , por:

$$A(x) = -6x^2 + 24x + 70 \quad (x \in]0,5[).$$

- b) Escreva a expressão referida na alínea anterior na forma: $A(x) = a(x-h)^2 + k$.

- c) Considere o seguinte problema:

“Qual o valor de x para o qual a área da parte em madeira é igual à área da parte em metal?”

Equacione o problema e resolva-o recorrendo à calculadora gráfica.

Descreva os procedimentos que efectuou e apresente, na sua resposta, os elementos recolhidos na utilização da calculadora: gráfico(s) e coordenadas de algum(ns) ponto(s).

FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte 40 pontos

Cada questão com resposta certa 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

2.ª Parte 160 pontos

1. 40 pontos

a) 16

b) 10

c) 14

2. 45 pontos

a) 10

b) 15

c) 10

d) 10

3. 35 pontos

a) 10

b1) 13

b2) 12

4. 40 pontos

a) 15

b) 10

c) 15

Total 200 pontos