

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

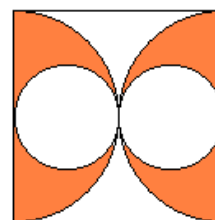
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. O lado do quadrado da figura tem 2 cm de comprimento.

A área da parte colorida, em centímetros quadrados, é:

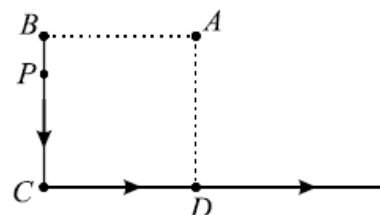
- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| [A] $\frac{\pi}{4}$ . | [B] $\frac{\pi}{2}$ . |
| [C] $\pi$ .           | [D] $2\pi$ .          |



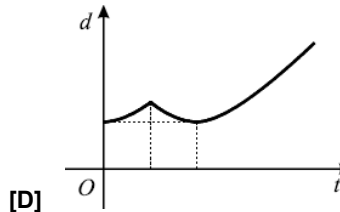
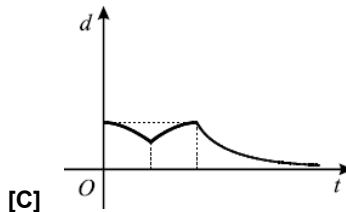
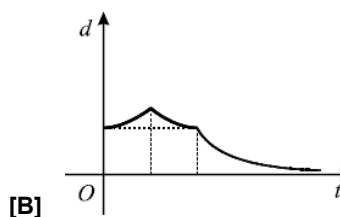
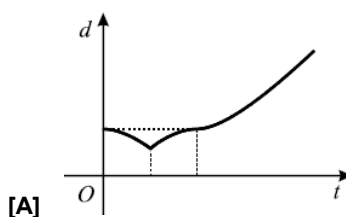
2. Na figura estão representados:

- Um quadrado  $[ABCD]$ ;
- Uma semi-recta  $\hat{C}D$ .

Admita que um ponto  $P$ , partindo de  $B$ , se desloca, a velocidade constante, ao longo do percurso sugerido pelas setas (primeiro percorre o segmento  $[BC]$  e seguidamente a semi-recta  $\hat{C}D$ ).



Qual dos gráficos seguintes dá a distância  $d$ , do ponto  $P$  ao ponto  $A$ , em função do tempo  $t$ , contado a partir do instante em que  $P$  inicia o movimento?

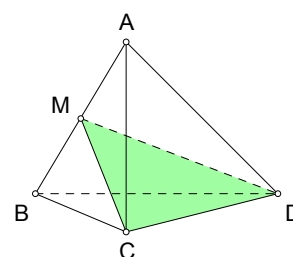


3. As quatro faces do tetraedro  $[ABCD]$  são triângulos equiláteros.

$M$  é o ponto médio da aresta  $[AB]$ .

O triângulo  $[MCD]$  é:

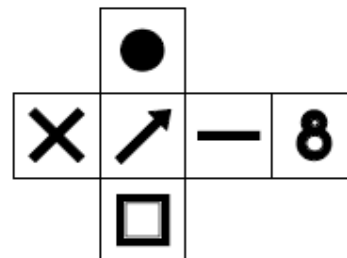
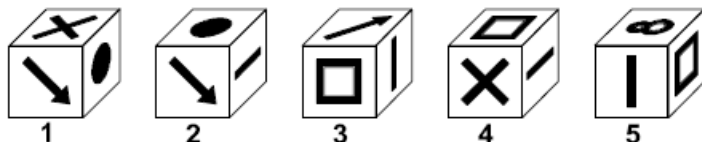
- |                             |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| [A] escaleno.               | [B] equilátero.         |
| [C] estritamente isósceles. | [D] rectângulo em $C$ . |



4. Numa certa pirâmide, a base tem  $n$  vértices.  
Quantas faces e quantas arestas tem essa pirâmide?

- [A]  $n+1$  faces e  $2n$  arestas.
- [B]  $n+1$  faces e  $3n$  arestas.
- [C]  $n+2$  faces e  $2n$  arestas.
- [D]  $n+2$  faces e  $3n$  arestas.

5. Quais dos cubos representados podem ter sido construídos a partir da planificação apresentada na figura?



- [A] Apenas 4 e 5.
- [B] 1, 2 e 3.
- [C] Apenas 1 e 3.
- [D] 1, 3 e 5.

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Na figura estão representadas a pirâmide [CDKL] e o cubo [ABCDEFGH], que foi seccionado pelo plano GIJ.

Considere ainda:

- I e J são pontos médios da arestas a que pertencem;
- K é o centro da face [ABCD];
- $\overline{EL} = \frac{\overline{AB}}{4}$ ;
- $\overline{AB} = a$ .

a) Indique a posição relativa dos seguintes pares de rectas: BG e DK, CL e IJ, EF e GJ.

b) Indique, justificando, as amplitudes dos ângulos AEC e KDL.

c) Seja  $V_C$  o volume do cubo e  $V_P$  o volume da pirâmide [CDKL].

Determine o valor de  $\frac{V_P}{V_C}$ .

d) Admita agora que  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ .

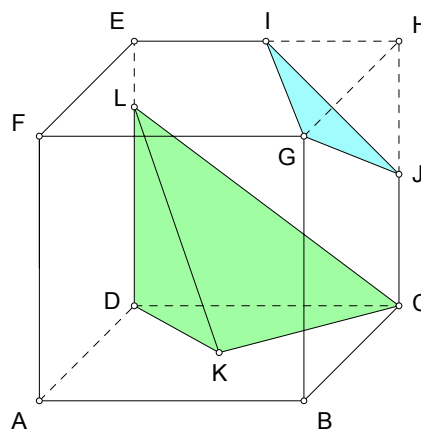
Determine a área do triângulo [DKL].

e) Considere o plano  $\beta$ , paralelo ao plano GIJ e que contém o ponto L.

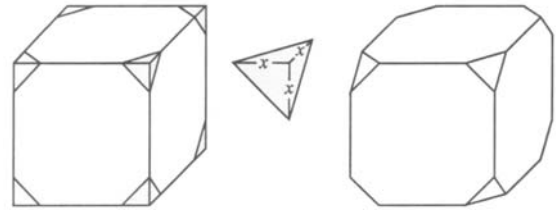
Reproduza apenas o cubo, a secção [GIJ] e os pontos I, J e L na sua prova e, explicando o seu raciocínio, desenhe a secção produzida no cubo pelo plano  $\beta$ .

**Sugestão:** Adote 16 quadrículas para a medida do lado do quadrado [ABGF] e considere a aresta [BC] a diagonal de um quadrado de seis por seis quadrículas.

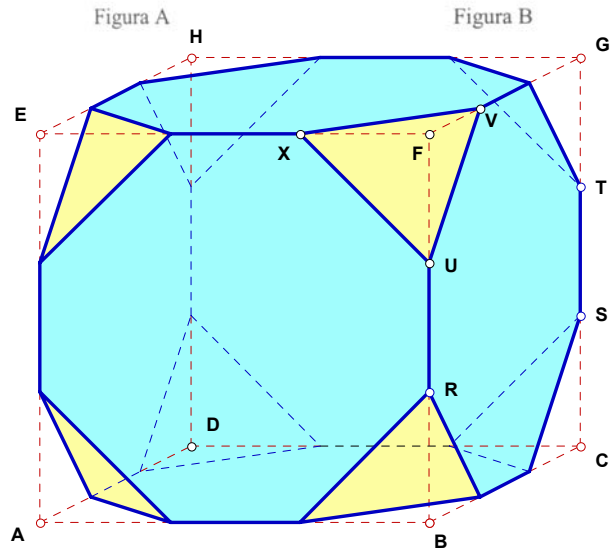
**Dica:** Comece por ter em consideração que, por exemplo, o plano CDE intersecta os planos GIJ e  $\beta$ , paralelos entre si.



2. A figura A representa um cubo, cuja aresta mede 6 cm. Considere, para cada vértice, os pontos das arestas que estão à distância  $x$  ( $0 < x \leq 3$ , em cm) desse vértice. Seccionando o cubo por planos que contêm esses pontos, obtemos o poliedro (*cubo truncado*) representado na figura B.



- a) Quanto mede a diagonal [US]?  
E a(s) aresta(s) do cubo truncado?
- b) Este cubo truncado serviu de modelo para o fabrico de um copo, cuja boca é constituída pelos lados do octógono pertencente à face [EFGH] do cubo. Considere ainda que a espessura do copo é desprezável.
- Deitou-se água dentro do copo, assente numa superfície horizontal. Em repouso, a superfície da água atinge o ponto U.
- Qual o volume da água contida no copo?
- c) Considere agora o poliedro que se obtém para  $x = 3$ . Quantas faces tem este poliedro? Indique, justificando, que polígonos são as suas faces.



3. Na figura está representada uma circunferência de centro O, de que [AB] e [CD] são dois diâmetros perpendiculares. Considere ainda:

- As rectas AB e DF são paralelas;
- E é o ponto médio do segmento [CO];
- F é ponto de intersecção das rectas EB e DF.

- a) Mostre que  $\overline{DF} = 3 \times \overline{AO}$ .

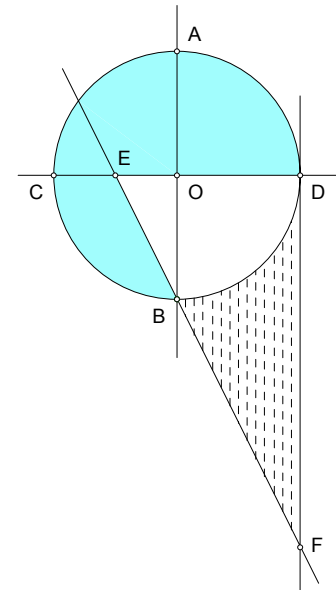
**Sugestão:** Comece por justificar a semelhança dos triângulos [BEO] e [FED].

- b) Designe  $\overline{AO} = r$ .

Mostre que a área da região sombreada é dada por  $A_s = \frac{3\pi - 1}{4} r^2$ .

- c) Admita agora que  $\overline{AO} = 2 \text{ cm}$ .

Mostre que o perímetro da região tracejada é  $P_T = (\pi + 6 + 2\sqrt{5}) \text{ cm}$ .



4. Efectue as operações indicadas e apresente o resultado na forma mais simples:

$$\frac{\sqrt[4]{36}}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{32} - \frac{\sqrt{27}}{4}$$

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

$$\text{Esfera: } \frac{4}{3} \pi r^3$$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 40 pontos

Cada questão com resposta certa ..... 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

**2.ª Parte** ..... 160 pontos

1. .... 65 pontos

a) ..... 8

b) ..... 12

c) ..... 14

d) ..... 15

e) ..... 16

2. .... 45 pontos

a) ..... 17

b) ..... 18

c) ..... 10

3. .... 35 pontos

a) ..... 11

b) ..... 12

c) ..... 12

4. .... 15 pontos

**Total      200 pontos**