

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

1. MATEMÁTICA VIVA - <http://www.atractor.pt/matviva/geral/modulo.html>

Observe a fotografia e considere a informação na caixa ao lado.

Qual das tiras tem maior comprimento?

- [A] A tira vermelha.
- [B] A tira verde
- [C] As tiras têm igual comprimento.
- [D] Depende do diâmetro das esferas.

**O cilindro e as esferas**  
Matemática Viva

O cilindro e as esferas têm uma tira **vermelha** (à volta do cilindro) e outra **verde** (ao alto com o cilindro).



2. Num certo prisma, cada uma das bases tem  $n$  vértices.

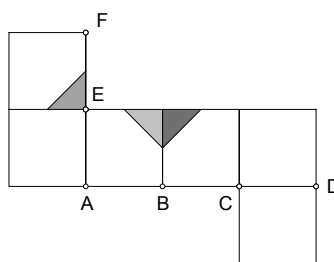
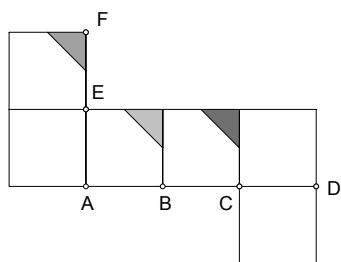
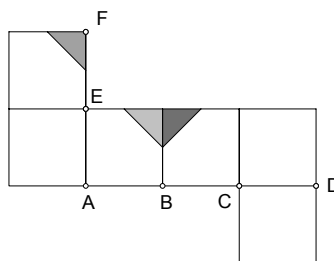
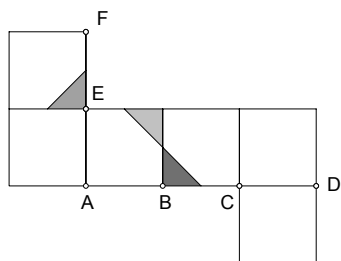
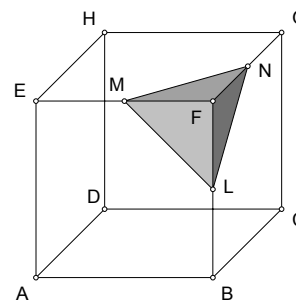
Quantas faces e quantas arestas tem esse prisma?

- [A]  $2n$  faces e  $2n$  arestas.
- [B]  $2n$  faces e  $3n$  arestas.
- [C]  $n+2$  faces e  $2n$  arestas.
- [D]  $n+2$  faces e  $3n$  arestas.

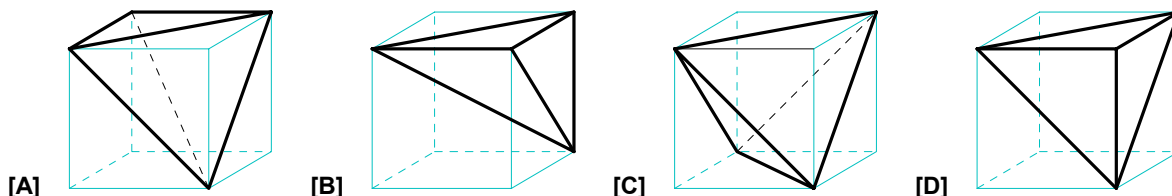
3. Na figura está representado o cubo [ABCDEFGH].

Cada um dos pontos L, M e N é ponto médio de uma aresta.

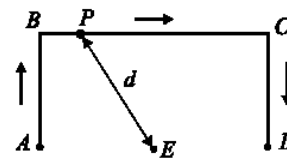
Em qual das planificações, em tamanho reduzido, está correctamente representada a região do cubo que está sombreada?



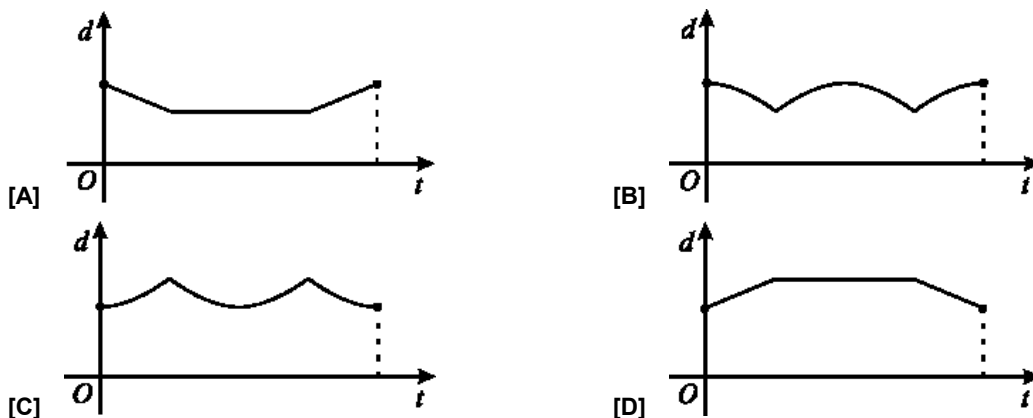
4. Indique em qual das figuras está representado um tetraedro regular inscrito num cubo.



5. Na figura está representado o trajecto de um ponto  $P$ . O ponto  $P$  iniciou o seu percurso em  $A$  e só parou em  $D$ , tendo passado por  $B$  e  $C$ . Para cada posição do ponto  $P$ , seja  $t$  o tempo decorrido desde o início do percurso e seja  $d$  a distância do ponto  $P$  ao ponto  $E$ .



Qual dos gráficos seguintes pode relacionar correctamente as variáveis  $t$  e  $d$ ?



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Na figura estão representados a pirâmide [CDKE] e o cubo [ABCDEFGH], que foi seccionado pelo plano GIJ.

Considere ainda:

- I e J são pontos médios da arestas a que pertencem;
- K é o centro da face [ABCD];
- $\overline{AB} = a$ .

a) Indique a posição relativa dos seguintes pares de rectas: AB e IG, EC e IJ, AF e CK.

b) Indique, justificando, as amplitudes dos ângulos DCK e BFD.

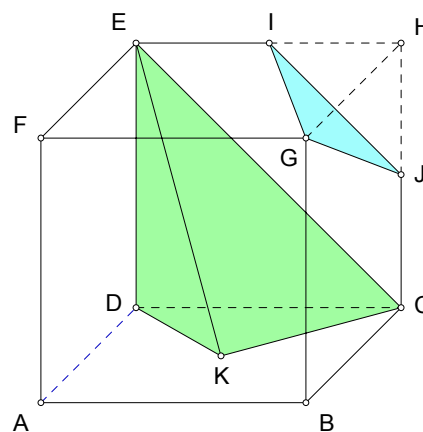
c) Seja  $V_C$  o volume do cubo e seja  $V_P$  o volume da pirâmide [CDKE].

Determine o valor de  $\frac{V_P}{V_C}$ .

d) Admita agora que  $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ .

a1) Determine o perímetro da secção produzida no cubo pelo plano GIJ.

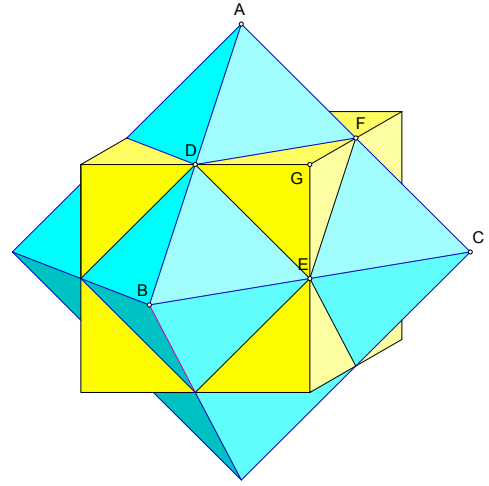
a2) Determine a área da secção produzida no cubo pelo plano GIJ.



2. Observe o octaedro regular e o cubo, em conjunto, de tal forma que têm em comum os pontos médios das arestas.

Considere que a aresta do cubo mede 6 cm.

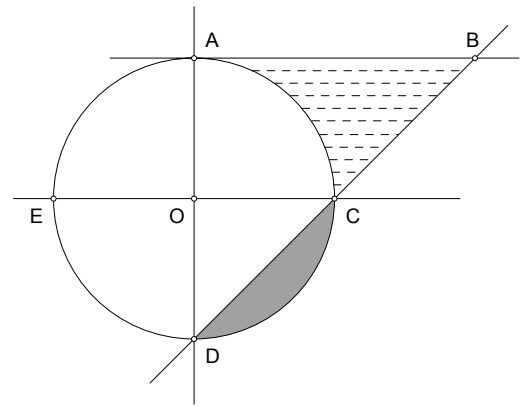
- a) Determine a medida da aresta do octaedro.  
**Sugestão:** Comece por justificar a semelhança dos triângulos [ADF] e [ABC].
- b) Determine o volume da parte do cubo exterior ao octaedro.
- c) Quantas faces tem o sólido resultante da intersecção do cubo com o octaedro?  
 Indique, justificando, que polígonos são as suas faces?



3. Na figura está representada uma circunferência de centro O, de que [AD] e [CE] são dois diâmetros perpendiculares.

As rectas AB e CE são paralelas.

- a) Mostre que  $\overline{AB} = 2 \times \overline{AO}$ .
- b) Designe  $\overline{AO} = r$ .  
 Mostre que a área da região sombreada é dada por  $A_S = \frac{\pi - 2}{4} r^2$ .
- c) Admita que  $\overline{AO} = 6 \text{ cm}$ .  
 Mostre que a área da região tracejada é  $9(6 - \pi) \text{ cm}^2$ .
- d) Admita agora que o círculo tem  $\pi$  metros de perímetro.  
 Considere uma formiga que se desloca de um qualquer ponto P da circunferência até O e daí até B, segundo dois trajectos rectilíneos: [PO] e [OB].  
 Mostre que o comprimento do percurso da formiga, em metros, é  $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ .



4. Resolva **APENAS UMA** das questões seguintes:

A) Racionalize o denominador de  $\Phi^{-1} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}}$ .

**Sugestão:** Comece por multiplicar os termos da fracção por  $1 - \sqrt{5}$ .

B) Efectue as operações indicadas e apresente o resultado na forma mais simples:  $\frac{\sqrt[4]{36}}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{32} - \frac{\sqrt{27}}{4}$ .

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 40 pontos

Cada questão com resposta certa ..... 8 pontos

Cada questão com resposta errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

**2.ª Parte** ..... 160 pontos

1. .... 70 pontos

a) ..... 8

b) ..... 12

c) ..... 12

d1) ..... 18

d2) ..... 20

2. .... 34 pontos

a) ..... 12

b) ..... 12

c) ..... 10

3. .... 40 pontos

a) ..... 10

b) ..... 8

c) ..... 10

d) ..... 12

4. .... 16 pontos

**Total      200 pontos**