

Nome: _____

N.º: _____ Turma: _____

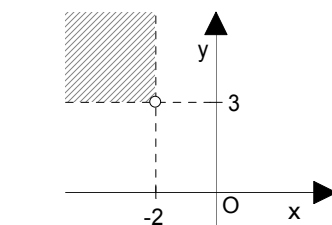
1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

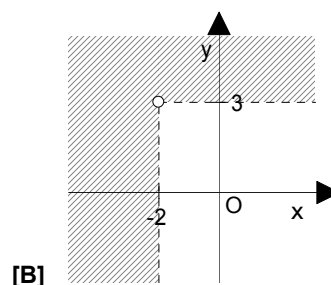
Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Qual dos seguintes lugares geométricos é definido pela condição

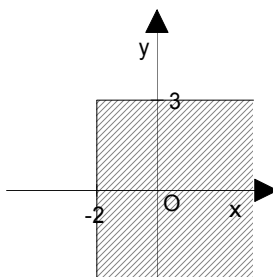
$$\sim (x \geq -2 \wedge y \leq 3) ?$$



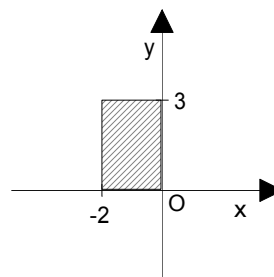
[A]



[B]



[C]



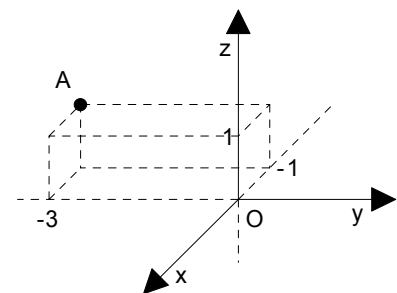
[D]

2. Num referencial tridimensional ortonormado, considere:

- o ponto $A(-1, -3, 1)$
- a condição $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 \leq 4 \wedge x = -1$

a) O ponto $A'(-1, -3, -1)$ é simétrico do ponto $A(-1, -3, 1)$ em relação:

- [A] à origem do referencial.
- [B] ao eixo Oy .
- [C] ao plano xOy .
- [D] ao plano yOz .



b) A condição dada define:

- [A] um conjunto vazio.
- [B] um círculo de centro $(2, -3, 1)$ e raio 2 unidades.
- [C] uma circunferência de centro $(2, -3, 1)$ e raio 2 unidades.
- [D] o ponto $A(-1, -3, 1)$.

3. No plano, qual dos seguintes lugares geométricos corresponde ao conjunto dos pontos equidistantes de dois pontos A e B?

- [A] Circunferência de centro A e raio \overline{AB} .
- [B] Recta AB.
- [C] Círculo de centro em A e raio \overline{AB} .
- [D] Mediatriz do segmento de recta [AB].

4. Num referencial ortonormado (O, x, y, z) , a recta perpendicular ao plano xOy e que contém o ponto de coordenadas $(-5, 7, -2)$ pode ser definida por:

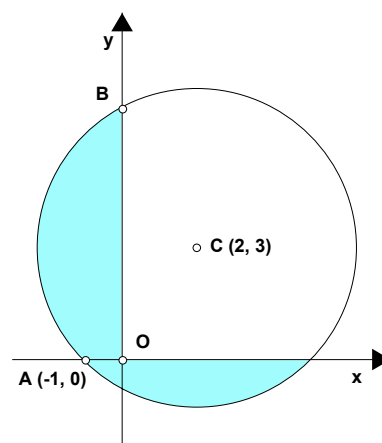
- [A] $x = -5 \wedge y = 7$
- [B] $x = -5 \wedge z = -2$
- [C] $y = 7 \wedge z = -2$
- [D] $x = -5 \wedge y = 7 \wedge z = -2$

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

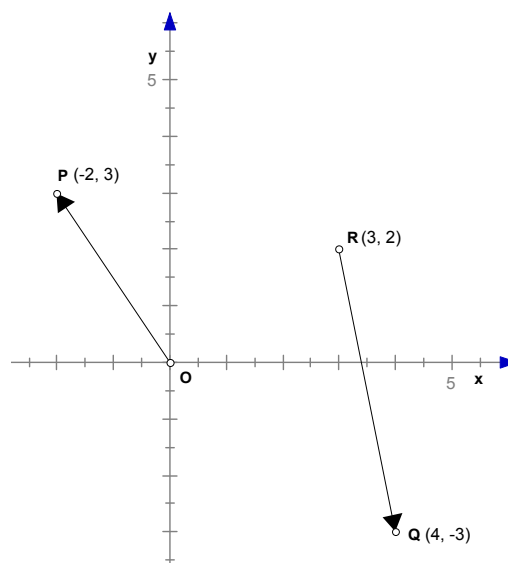
1. No referencial ortogonal e monométrico (O, x, y) , A e B são dois pontos de intersecção da circunferência de centro C com os eixos coordenados.

- a) Mostre que $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 18$ é uma equação da circunferência.
- b) Determine as coordenadas do ponto B.
- c) Mostre que o ponto médio de [AC] não pertence à mediatriz de [AO].
- d) Escreva uma condição que caracterize o domínio plano colorido. (incluindo a fronteira)

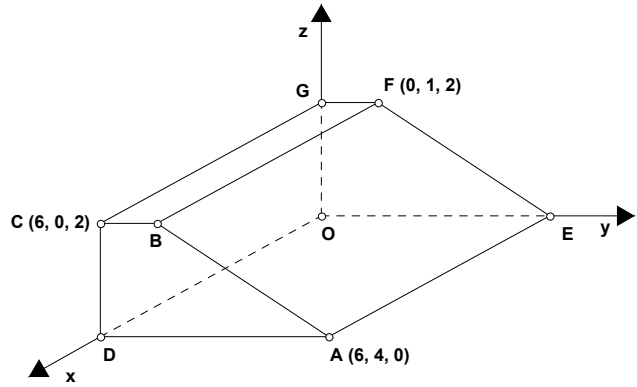


2. Considere, num referencial ortonormado (O, \vec{i}, \vec{j}) , os pontos $P(-2, 3)$, $Q(4, -3)$ e $R(3, 2)$.

- a) Os vectores \vec{OP} e \vec{RQ} são colineares? Justifique.
 - b) Determine a norma do vector \vec{RQ} .
 - c) Determine geometricamente o vector $\vec{w} = \vec{OP} + \vec{RQ}$ e indique as coordenadas do seu simétrico.
- Nota:** Transcreva o referencial e os vectores para a sua prova.



3. Considere, no referencial o. n. (O, x, y, z) , uma cunha obtida pelo corte feito num paralelepípedo de madeira por um plano paralelo a $[CG]$.



a) Indique as coordenadas dos pontos B, D, E e G.

b) Transcreva e complete as frases seguintes, de forma a obter proposições verdadeiras:

b1) $\vec{CG} + \vec{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$;
 $\vec{GF} + \vec{OG} + \underline{\hspace{2cm}} = \vec{0}$;
 $\vec{AB} - \vec{CB} - \vec{EG} = \underline{\hspace{2cm}}$.

b2) As rectas $\underline{\hspace{2cm}}$ e $\underline{\hspace{2cm}}$ são não coplanares.

As rectas $\underline{\hspace{2cm}}$ e $\underline{\hspace{2cm}}$ são concorrentes.

A recta $\underline{\hspace{2cm}}$ é perpendicular ao plano $\underline{\hspace{2cm}}$.

A intersecção dos planos CBF e ADG é $\underline{\hspace{4cm}}$.

b3) A distância de B ao plano yOz é $\underline{\hspace{2cm}}$ unidades e ao plano de equação $y = -2$ é $\underline{\hspace{2cm}}$ unidades.

c) Indique uma condição cartesiana que caracterize:

c1) a recta CD;

c2) a face [BCGF];

c3) o plano mediador de [BF].

d) Indique as coordenadas dos seguintes vectores: \vec{CF} e \vec{AG} .

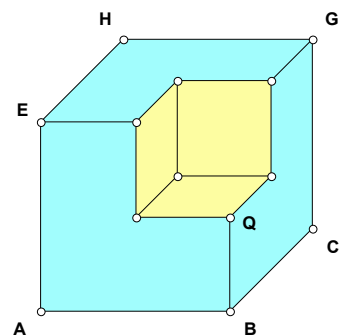
e) Defina algebricamente a esfera de diâmetro [CG].

f) Pretende-se pregar um prego no centro da face [ABFE] da cunha. Justificando, determine as coordenadas desse ponto.

g) Sabendo que a unidade de comprimento é o centímetro, determine o volume da cunha de madeira.

4. A partir de um cubo, construiu-se um sólido retirando-lhe um cubo mais pequeno, como é sugerido na figura.

Sabendo que $\overline{AB} = 2 \overline{BQ}$, exprima o perímetro da secção determinada no sólido pelo plano HQB, em função da medida da aresta (a) do cubo inicial.



FIM

Formulário

| Áreas de figuras planas | Volumes |
|---|---|
| Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$ | Prisma: $Área\ da\ base \times Altura$ |
| Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$ | Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$ |
| Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$ | Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$ |
| Círculo: πr^2 | Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$ |
| | Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$ |

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

| | | ERRADAS | | | | | |
|--------|----|---------|----|----|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| CERTAS | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 9 | 6 | 3 | 0 | 0 | |
| | 2 | 18 | 15 | 12 | 9 | | |
| | 3 | 27 | 24 | 21 | | | |
| | 4 | 36 | 33 | | | | |
| 5 | 45 | | | | | | |

2.ª Parte 155 pontos

1. 40 pontos

a) 8

b) 12

c) 10

d) 10

2. 24 pontos

a) 7

b) 7

c) 10

3. 76 pontos

a) 8

b1) 7

b2) 10

b3) 5

c1) 4

c2) 5

c3) 5

d) 6

e) 8

f) 8

g) 10

4. 15 pontos

Total 200 pontos