

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

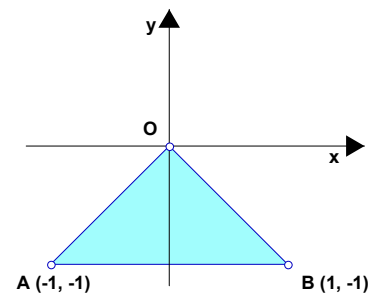
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Uma condição que caracteriza a região do plano colorida, incluindo o contorno, representada no referencial o. n. da figura, é:

Nota: Os vértices do triângulo pertencem à região colorida.

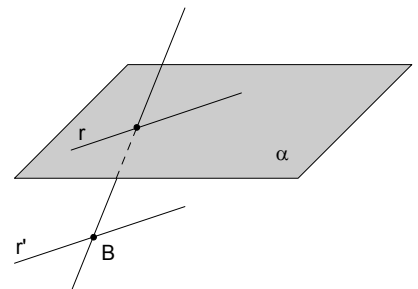
- [A] $y \leq x \wedge y \leq -x \wedge y \geq -1$
- [B] $(y \geq x \vee y \geq -x) \wedge y \geq -1$
- [C] $y \geq x \wedge y \geq -x \wedge y \geq -1$
- [D] $(y \leq x \vee y \leq -x) \wedge y \geq -1$



2. Por B ($B \notin \alpha$) traça-se uma recta r' paralela a r ($r \in \alpha$).

Esta recta r' :

- [A] não pode intersectar o plano α .
- [B] pode ser perpendicular ao plano α .
- [C] pode intersectar o plano α em apenas um ponto.
- [D] pode intersectar o plano α em pelo menos dois pontos.



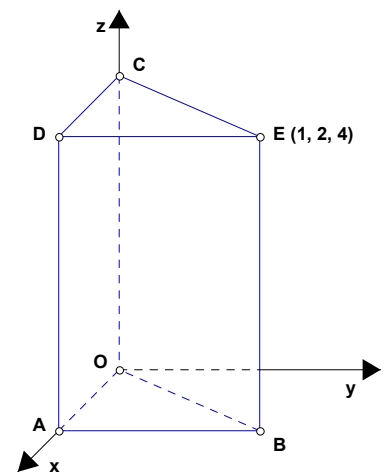
3. Considere, no referencial ortogonal indicado, o prisma [ABOCDE] cuja base [OAB] é um triângulo rectângulo em A e está contida no plano xOy . As coordenadas do ponto E são (1, 2, 4) e as arestas laterais são paralelas ao eixo coordenado Oz .

a) O ponto simétrico de E em relação a A tem coordenadas:

- [A] (1, 2, -4)
- [B] (1, -2, -4)
- [C] (-1, -2, 4)
- [D] (-1, 2, -4)

b) A recta DE pode ser definida pela seguinte condição:

- [A] $x = 1$
- [B] $x = 1 \wedge y = 2$
- [C] $y = 2 \wedge z = 4$
- [D] $x = 1 \wedge z = 4$



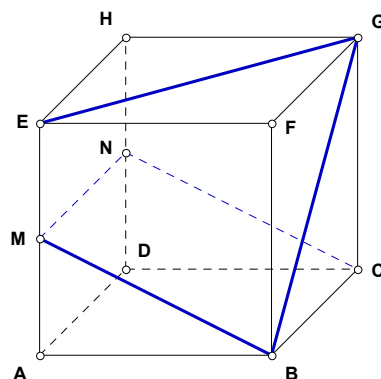
4. Num referencial ortonormado (O, x, y), a intersecção da recta de equação $x = -2$ com o eixo Ox

- [A] é A (0, -2)
- [B] é B (-2, -2)
- [C] é C (-2, 0).
- [D] não existe.

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

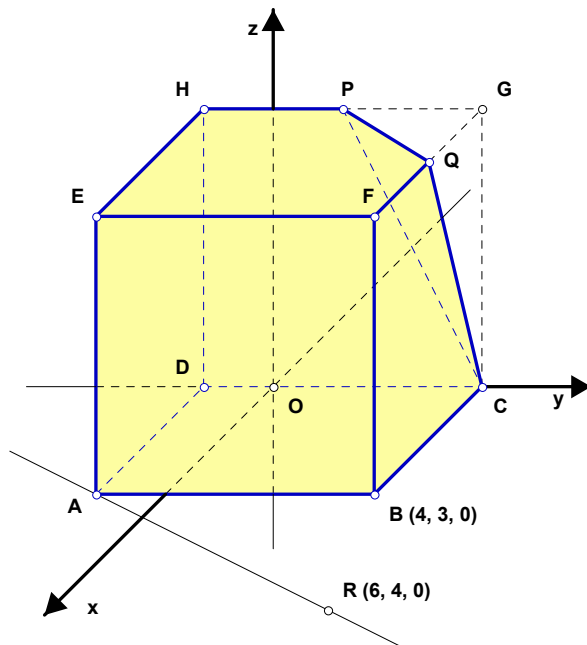
1. Considere um cubo [ABCDEFGH], onde M e N são os pontos médios das arestas [AE] e [DH], respectivamente.
- Comente as afirmações seguintes, dizendo se são verdadeiras ou falsas e explicando porquê:
 - A amplitude do ângulo BGE é 60° .
 - O ângulo MNC é obtuso.
 - Reproduza o cubo na sua prova e, explicando o seu raciocínio, desenhe em perspectiva a secção produzida no cubo pelo plano MGB.
 - Mostre que o perímetro do quadrilátero [CGEM] é dado por $P = (3 + \sqrt{2})a$, sendo a o comprimento da aresta do cubo.



2. Considere, no referencial o. n. (O, x, y, z) , o sólido [DABCPHEFQ] que resultou do cubo por um corte do plano PQC.

- O cubo tem de aresta 4 unidades;
- P e Q são os pontos médios das arestas [GH] e [FG], respectivamente;
- $B(4, 3, 0)$ e $R(6, 4, 0)$.

- Indique as coordenadas dos pontos A, F, H e Q.
- Transcreva e complete as frases seguintes, de forma a obter proposições verdadeiras:
 - As rectas ____ e ____ são não coplanares.
As rectas ____ e ____ são concorrentes.
A recta ____ é perpendicular ao plano ____.
A intersecção do plano DFQ com o plano ABE é _____.



- A distância de B ao plano xOz é ____ unidades e ao plano de equação $y = -2$ é ____ unidades.
- Indique uma condição cartesiana que caracterize:
 - o plano PQE;
 - o segmento de recta [FQ];
 - a face [ADHE].
 - Qual é a posição relativa das rectas AR e BF? Justifique.
 - Determine o volume e a área da superfície do sólido considerado.

3. Considere:

- num referencial ortonormado (O,x,y) , os pontos $A(-1,1)$, $B(2,-2)$ e $C(-3,2)$;
- a condição: $|y| > 2 \wedge x \leq 3$.

a) Escreva uma condição que defina o segmento de recta [AB].

b) Determine m e n de modo que o ponto $P(\frac{m-1}{2}, 2n)$ seja o simétrico de C em relação ao eixo Oy.

c) Num referencial ortonormado do plano, represente o conjunto de pontos definido pela condição dada.

4 Na figura está representado um frasco de perfume líquido.

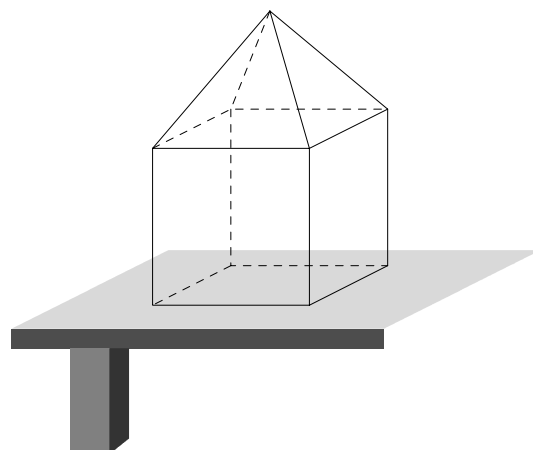
A parte inferior é um cubo com aresta de comprimento 4 cm e a parte superior é uma pirâmide quadrangular regular com 3 cm de altura.

NOTA: O frasco pode ser cheio exactamente até ao vértice da pirâmide. Considere desprezável a espessura do frasco.

a) Comente a afirmação seguinte:

«Com o frasco nesta posição horizontal e independentemente da quantidade de líquido no seu interior, a figura definida pela superfície do líquido em repouso é sempre o “mesmo quadrado”.»

b) Considere o frasco **meio cheio** de líquido (isto é, por metade da sua capacidade). Qual é a altura do líquido no interior do frasco?



FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

2.ª Parte 155 pontos

1. 38 pontos

a1) 8

a2) 8

b) 10

c) 12

2. 63 pontos

a) 8

b1) 8

b2) 5

c1) 4

c2) 5

c3) 5

d) 8

e) 20

3. 32 pontos

a) 10

b) 10

c) 12

4. 22 pontos

a) 8

b) 14

Total 200 pontos