

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

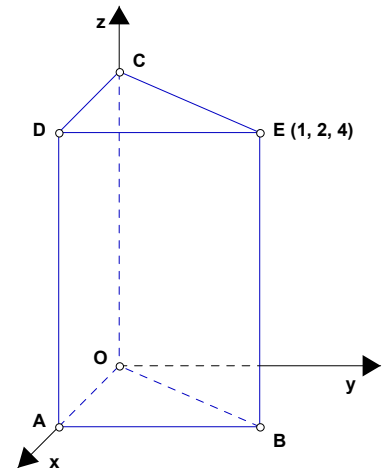
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Num referencial ortonormado  $(O, x, y)$ , a intersecção da recta de equação  $x = -2$  com o eixo  $Ox$

- [A] não existe.                      [B] é  $A(0, -2)$                       [C] é  $B(-2, -2)$ .                      [D] é  $C(-2, 0)$ .

2. Considere, no referencial ortogonal indicado, o prisma  $[ABOCDE]$  cuja base  $[OAB]$  é um triângulo rectângulo em A e está contida no plano  $xOy$ . As coordenadas do ponto E são  $(1, 2, 4)$  e as arestas laterais são paralelas ao eixo coordenado  $Oz$ .



a) O ponto simétrico de E em relação a A tem coordenadas:

- [A]  $(-1, 2, -4)$                       [B]  $(-1, -2, 4)$   
 [C]  $(1, -2, -4)$                       [D]  $(1, 2, -4)$

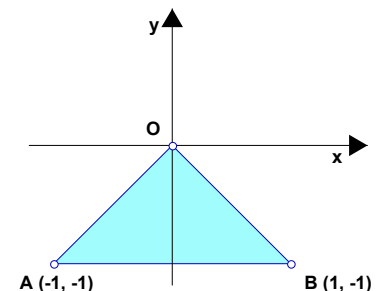
b) A recta DE pode ser definida pela seguinte condição:

- [A]  $x = 1 \wedge z = 4$                       [B]  $x = 1$   
 [C]  $y = 2 \wedge z = 4$                       [D]  $x = 1 \wedge y = 2$

3. Uma condição que caracteriza a região do plano colorida, incluindo o contorno, representada no referencial o. n. da figura, é:

**Nota:** Os vértices do triângulo pertencem à região colorida.

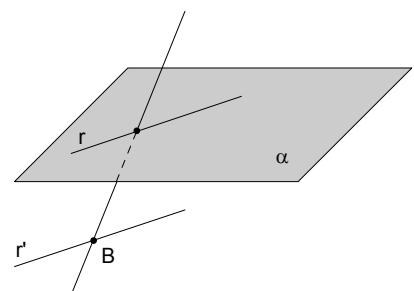
- [A]  $(y \geq x \vee y \geq -x) \wedge y \geq -1$   
 [B]  $y \geq x \wedge y \geq -x \wedge y \geq -1$   
 [C]  $(y \leq x \vee y \leq -x) \wedge y \geq -1$   
 [D]  $y \leq x \wedge y \leq -x \wedge y \geq -1$



4. Por  $B$  ( $B \neq \alpha$ ) traça-se uma recta  $r'$  paralela a  $r$  ( $r \in \alpha$ ).

Esta recta  $r'$ :

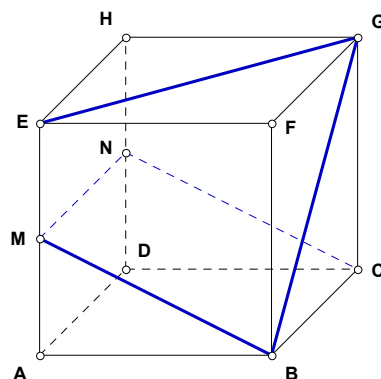
- [A] pode intersecar o plano  $\alpha$  em apenas um ponto.  
 [B] pode intersecar o plano  $\alpha$  em pelo menos dois pontos.  
 [C] não pode intersecar o plano  $\alpha$ .  
 [D] pode ser perpendicular ao plano  $\alpha$ .



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

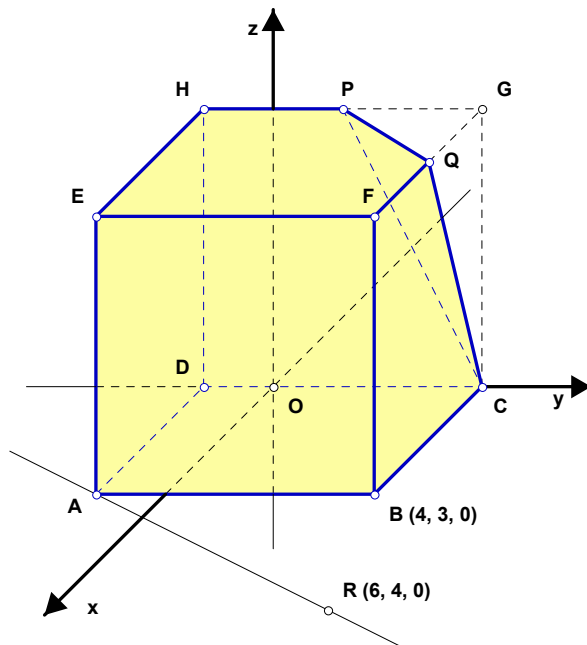
1. Considere um cubo [ABCDEFGH], onde M e N são os pontos médios das arestas [AE] e [DH], respectivamente.
- Comente as afirmações seguintes, dizendo se são verdadeiras ou falsas e explicando porquê:
    - A amplitude do ângulo BGE é  $60^\circ$ .
    - O ângulo MNC é obtuso.
  - Reproduza o cubo na sua prova e, explicando o seu raciocínio, desenhe em perspectiva a secção produzida no cubo pelo plano MGB.
  - Mostre que o perímetro do quadrilátero [CGEM] é dado por  $P = (3 + \sqrt{2})a$ , sendo  $a$  o comprimento da aresta do cubo.



2. Considere, no referencial o. n.  $(O, x, y, z)$ , o sólido [DABCPHEFQ] que resultou do cubo por um corte do plano PQC.

- O cubo tem de aresta 4 unidades;
- P e Q são os pontos médios das arestas [GH] e [FG], respectivamente;
- $B(4, 3, 0)$  e  $R(6, 4, 0)$ .

- Indique as coordenadas dos pontos A, F, H e Q.
- Transcreva e complete as frases seguintes, de forma a obter proposições verdadeiras:
  - As rectas \_\_\_\_ e \_\_\_\_ são não coplanares.  
As rectas \_\_\_\_ e \_\_\_\_ são concorrentes.  
A recta \_\_\_\_ é perpendicular ao plano \_\_\_\_.  
A intersecção do plano DFQ com o plano ABE é \_\_\_\_\_.



- A distância de B ao plano  $xOz$  é \_\_\_\_ unidades e ao plano de equação  $y = -2$  é \_\_\_\_ unidades.
- Indique uma condição cartesiana que caracterize:
    - o plano PQE;
    - o segmento de recta [FQ];
    - a face [ADHE].
  - Qual é a posição relativa das rectas AR e BF? Justifique.
  - Determine o volume e a área da superfície do sólido considerado.

3. Considere:

- num referencial ortonormado  $(O,x,y)$ , os pontos  $A(-1,1)$ ,  $B(2,-2)$  e  $C(-3,2)$ ;
- a condição:  $|y| > 2 \wedge x \leq 3$ .

a) Escreva uma condição que defina o segmento de recta [AB].

b) Determine  $m$  e  $n$  de modo que o ponto  $P\left(\frac{m-1}{2}, 2n\right)$  seja o simétrico de C em relação ao eixo Oy.

c) Num referencial ortonormado do plano, represente o conjunto de pontos definido pela condição dada.

4 Na figura está representado um frasco de perfume líquido.

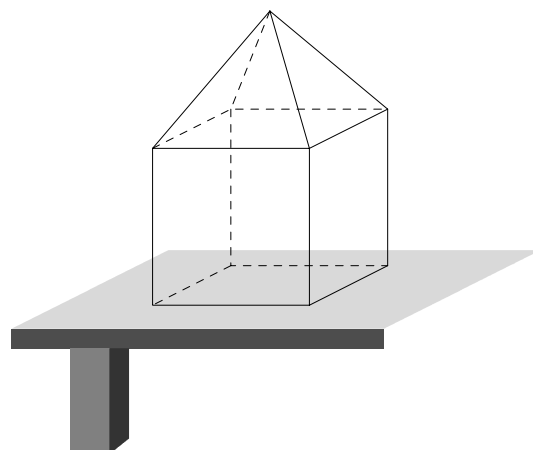
A parte inferior é um cubo com aresta de comprimento 4 cm e a parte superior é uma pirâmide quadrangular regular com 3 cm de altura.

**NOTA:** O frasco pode ser cheio exactamente até ao vértice da pirâmide. Considere desprezável a espessura do frasco.

a) Comente a afirmação seguinte:

*«Com o frasco nesta posição horizontal e independentemente da quantidade de líquido no seu interior, a figura definida pela superfície do líquido em repouso é sempre o “mesmo quadrado”.»*

b) Considere o frasco **meio cheio** de líquido (isto é, por metade da sua capacidade). Qual é a altura do líquido no interior do frasco?



**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

**2.ª Parte** ..... 155 pontos

1. .... 38 pontos

a1) ..... 8

a2) ..... 8

b) ..... 10

c) ..... 12

2. .... 63 pontos

a) ..... 8

b1) ..... 8

b2) ..... 5

c1) ..... 4

c2) ..... 5

c3) ..... 5

d) ..... 8

e) ..... 20

3. .... 32 pontos

a) ..... 10

b) ..... 10

c) ..... 12

4. .... 22 pontos

a) ..... 8

b) ..... 14

**Total 200 pontos**