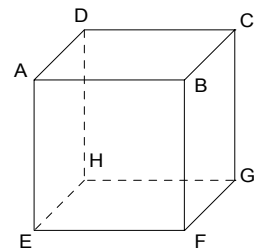


Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

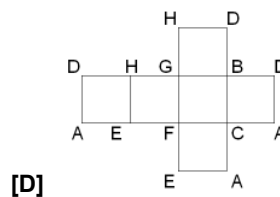
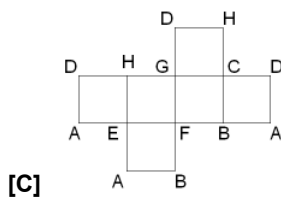
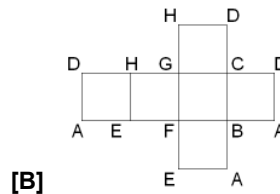
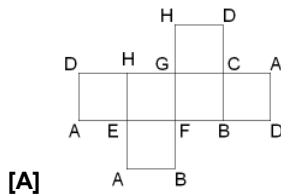
### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.  
**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Na figura ao lado, está representado um cubo [ABCDEFGH].



a) Qual das planificações seguintes poderá ser a do cubo da figura?



b) A secção determinada no cubo da figura pelo plano HFB é um:

- |                 |               |
|-----------------|---------------|
| [A] triângulo.  | [B] quadrado. |
| [C] rectângulo. | [D] losango.  |

2. Considere as afirmações seguintes:

- I. "Se dois planos distintos têm um ponto em comum, a sua intersecção é uma recta."
- II. "Num cubo, qualquer aresta duma face é paralela à face oposta."

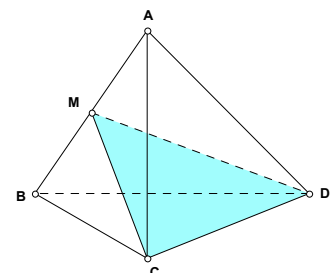
É correcto afirmar:

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| [A] I e II são verdadeiras.      | [B] I é verdadeira e II é falsa. |
| [C] I é falsa e II é verdadeira. | [D] I e II são falsas.           |

3. As quatro faces do tetraedro [ABCD] são triângulos equiláteros. M é o ponto médio da aresta [AB].

O triângulo [MCD] é:

- |                 |                             |
|-----------------|-----------------------------|
| [A] escaleno.   | [B] rectângulo em C.        |
| [C] equilátero. | [D] estritamente isósceles. |



4. Se a diagonal facial de um cubo tem  $5\sqrt{2}$  cm de comprimento, então o perímetro da base é:

- [A] 28,3 cm (1 c.d.)      [B] 25 cm .      [C]  $20\sqrt{2}$  cm .      [D] 20 cm .

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. Considere um cubo [ABCDEFGH], onde P, Q, R, S, T e U são os pontos centrais das suas faces.

Os doze segmentos de recta representados na figura, resultam da união dos pontos centrais das faces adjacentes do cubo.

Considere que a medida da aresta do cubo é  $\underline{a}$ .

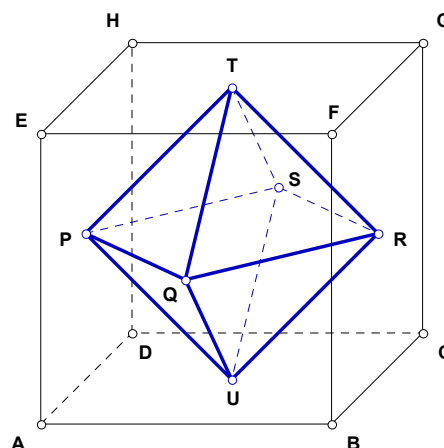
- a) Justifique que o quadrilátero [PQRS] é um quadrado. Mostre que a medida do seu lado ( $p$ ), em função de  $\underline{a}$ , pode ser expressa por  $p = \frac{\sqrt{2}}{2} a$ .

**Sugestão:** Considere, na mesma figura, as representações das secções produzidas no cubo e no poliedro (cujas arestas são os 12 segmentos de recta acima referidos) pelo plano PQR.

- b) Justifique que o poliedro, cujas arestas são os doze segmentos traçados, é um octaedro regular.

**Nota:** Considere adquirido que os três quadriláteros [PQRS], [TQUS] e [TRUP] são quadrados geometricamente iguais.

- c) Obtenha a relação entre os volumes do octaedro e do cubo considerados.



2. Na figura ao lado, os pontos P, Q, R e S são pontos de arestas do cubo, distando, cada um deles, 1 cm do vértice mais próximo.

O cubo tem de aresta 4 cm.

O quadrilátero [PQRS] é a secção produzida no cubo pelo plano PQR.

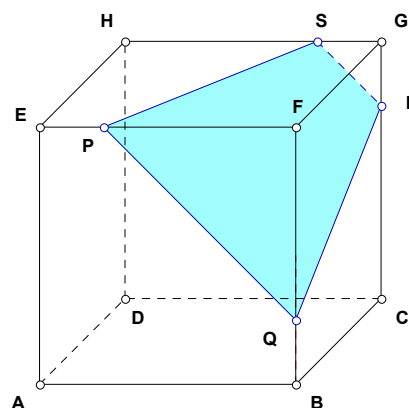
- a) Justifique que o quadrilátero [PQRS] é um trapézio isósceles. Depois, determine o perímetro e a área deste polígono.

b) Diga, justificando:

- b1) Qual a posição relativa das rectas PS e BC?  
b2) Qual a posição relativa da recta HC e do plano PQR?

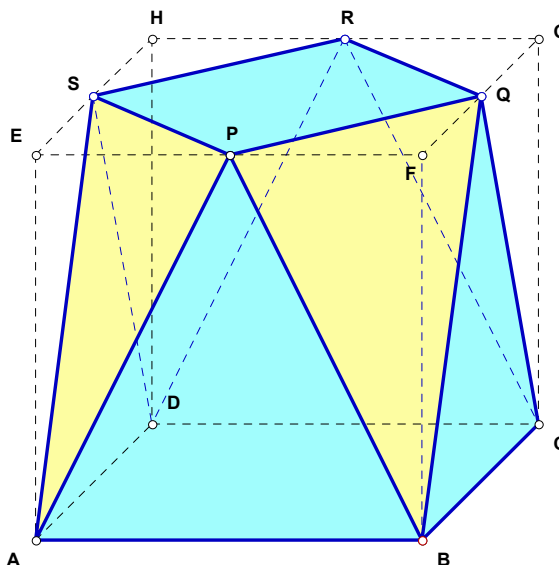
- c) Considere o plano  $\alpha$ , paralelo ao plano PQR e que contém o ponto A. Reproduza a figura na sua prova e, explicando o seu raciocínio, desenhe em perspectiva a secção produzida no cubo pelo plano  $\alpha$ .

- d) Justificando, classifique, quanto aos lados, o triângulo obtido na alínea anterior.



3. [ABCDEFGH] é um cubo com aresta 4 cm.  
P, Q, R e S são os pontos médios das arestas [EF], [FG], [GH] e [HE], respectivamente.

O cubo foi seccionado por quatro planos paralelos às diagonais da face [EFGH], como a figura sugere, tendo-se obtido o poliedro representado.



- a) Que tipos de polígonos são as faces deste poliedro e quantas de cada tipo?  
Caso haja polígonos do mesmo tipo, distingua-os.
- b) Qual é o comprimento da maior aresta deste poliedro?
- c) Calcule a área da superfície deste poliedro.

**Nota:** Há medidas que poderá indicar sem apresentar cálculos, pois esses podem ser feitos mentalmente ou resultarem de procedimentos já efectuados em questões anteriores. Nesse caso, não se esqueça de fazer uma referência.

- d) Este sólido serviu de modelo para o fabrico de um frasco de perfume. Considere que a espessura do vidro do frasco é desprezável.

Determine o volume de perfume contido no frasco, quando o perfume tiver uma altura de 2 centímetros. Considere o líquido em repouso e o frasco assente numa superfície horizontal sobre o polígono [ABCD].

**Nota:** Poderá ser-lhe útil considerar a semelhança de triângulos para facilitar alguns cálculos.

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

**2.ª Parte** ..... 155 pontos

1. .... 40 pontos

a) ..... 15

b) ..... 12

c) ..... 13

2. .... 60 pontos

a) ..... 20

b1) ..... 8

b2) ..... 8

c) ..... 12

d) ..... 12

3. .... 55 pontos

a) ..... 12

b) ..... 10

c) ..... 16

d) ..... 17

**Total 200 pontos**