

Nome: _____ N.º: _____ Turma: _____

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Considere as afirmações seguintes:

- I. "Se uma recta é paralela a um plano, é paralela a todas as rectas desse plano."
- II. "Se dois planos são paralelos, toda a recta de um deles é paralela ao outro."
- III. "Se dois planos são perpendiculares, toda a recta de um deles é perpendicular ao outro."
- IV. "Se um plano é perpendicular à intersecção de dois planos, é perpendicular aos dois planos."

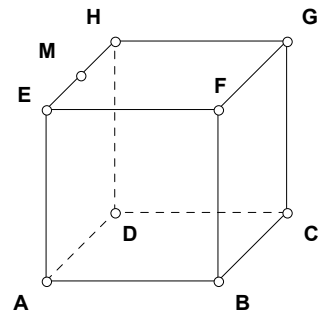
São verdadeiras as afirmações:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| [A] Apenas II e IV | [B] Apenas I e III |
| [C] Apenas II, III e IV | [D] Apenas I, III e IV |

2. Considere o cubo representado na figura.

M é o ponto médio da aresta [EH].

A secção (noutra escala) produzida no sólido pelo plano MFC pode ser:



- | | |
|------------|------------|
| <p>[A]</p> | <p>[B]</p> |
| <p>[C]</p> | <p>[D]</p> |

3. Qual das seguintes figuras representa a planificação de um poliedro regular?

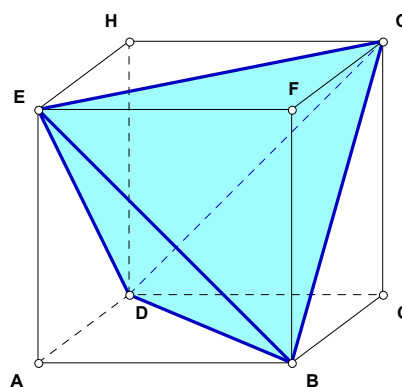
- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| <p>[A]</p> | <p>[B]</p> | <p>[C]</p> | <p>[D]</p> |
|------------|------------|------------|------------|

4. Qual dos seguintes triângulos **não** pode ser obtido como secção produzida num cubo por um plano?
 [A] Triângulo isósceles [B] Triângulo rectângulo [C] Triângulo escaleno [D] Triângulo equilátero
5. A diagonal de um quadrado mede 6 cm. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área do quadrado?
 [A] 18 [B] 24 [C] 36 [D] 72

2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

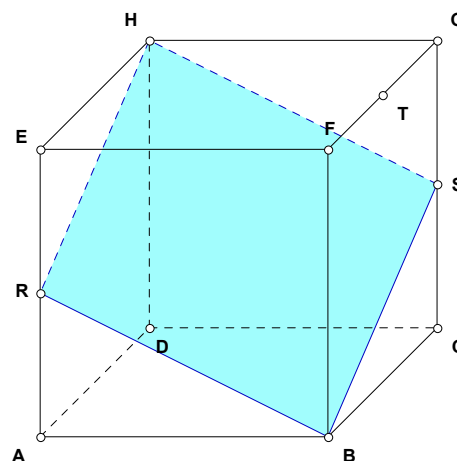
1. Na figura estão traçadas seis diagonais faciais de um cubo. Uma em cada face, de modo que as seis diagonais representadas concorrem apenas em quatro vértices do cubo.
- Justifique que o ângulo entre as diagonais faciais [DE] e [DB] é de 60° .
 - Justifique que o poliedro cujas arestas são as diagonais traçadas é um tetraedro regular.
 - Considere que a medida da aresta do cubo é a .
 - Mostre que, em função de a , a área de uma face do tetraedro é dada por: $A_f = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$.
 - Mostre que o volume do tetraedro é $\frac{1}{3}$ do volume do cubo.



Nota: Repare que o espaço entre o tetraedro e o cubo é ocupado por 4 pirâmides congruentes.

2. Na figura ao lado, os pontos R, S e T são, respectivamente, os pontos médios das arestas [AE], [CG] e [FG] do cubo de aresta 4 cm, aí representado.

- Justificando, classifique o polígono [RBSH]. Depois, determine o perímetro e a área deste polígono.
- Diga, justificando:
 - Qual a posição relativa das rectas EF e BS?
 - Considere o plano α , paralelo ao plano RBS e que contém o ponto T. Qual a posição relativa do plano α e da recta que contém a diagonal espacial [HB]?



- Considere novamente o plano α , paralelo ao plano RBS e que contém o ponto T. Reproduza a figura na sua prova e, explicando o seu raciocínio, desenhe em perspectiva a secção produzida no cubo pelo plano α .

Nota: Não deixe de reparar que o plano BCG intersecta os dois planos paralelos referidos (o plano RBS e o plano α).

- Justificando, classifique, quanto aos lados, o polígono obtido na alínea anterior.

Sugestão 1: Tenha em consideração o triângulo [RBS] e que a recta RS é a intersecção do plano RBS com o plano paralelo ao plano EFG e que contém o ponto R.

Sugestão 2: Planifique as faces [ABFE] e [BCGF], com a aresta [BF] comum. Seguidamente, represente as secções nelas produzidas pelos planos α e RBS.

3. A figura A representa um cubo com aresta 6 cm. Considere, para cada vértice, os pontos das arestas que estão à distância x ($0 < x \leq 3$, em cm) desse vértice. Seccionando o cubo por planos que contêm esses pontos, obtemos o poliedro (*cubo truncado*) representado na figura B.

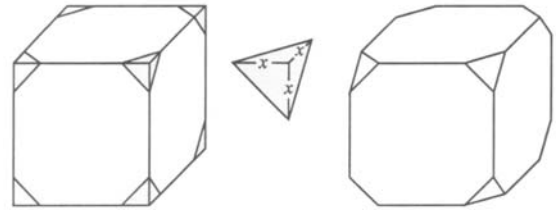


Figura A

Figura B

- a) Que tipos de polígonos são as faces deste poliedro e quantas de cada tipo?

- b) Quanto mede a diagonal [US]?
E a(s) aresta(s) do cubo truncado?

- c) Calcule a área da superfície do cubo truncado.

Sugestão: Para evitar a repetição de cálculos, utilize convenientemente a fórmula apresentada na alínea 1-c1).

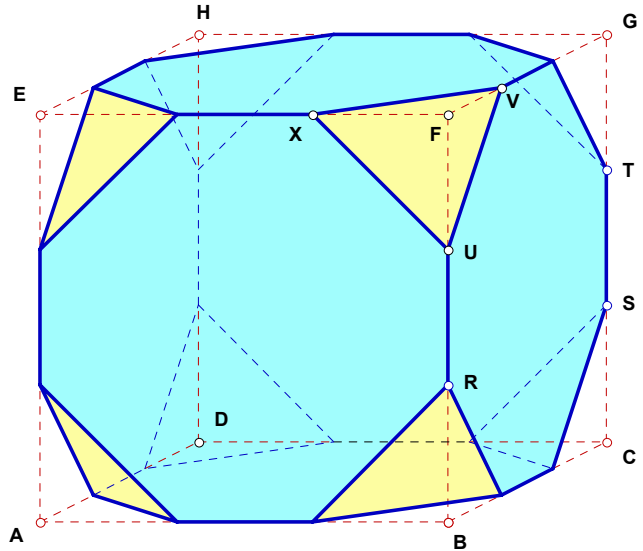
- d) Este cubo truncado, com $\frac{616}{3} \text{ cm}^3$ de volume, serviu de modelo para o fabrico de um copo, cuja boca é o octógono pertencente à face [EFGH] do cubo. Considere ainda que a espessura do copo é desprezável.

Deitou-se água dentro do copo, assente numa superfície horizontal. Em repouso, a superfície da água atinge o ponto U.

Qual o volume da água contida no copo?

Nota: Não se esperam muitos cálculos.

Tenha em consideração o valor do volume do cubo truncado e interprete o modelo.



FIM

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$

COTAÇÕES

1.ª Parte 45 pontos

Cada resposta certa +9 pontos

Cada resposta errada -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

2.ª Parte 155 pontos

1. 52 pontos

a) 10

b) 10

c1) 20

c2) 12

2. 54 pontos

a) 16

b1) 8

b2) 8

c) 12

d) 10

3. 49 pontos

a) 10

b) 12

c) 15

d) 12

Total 200 pontos