

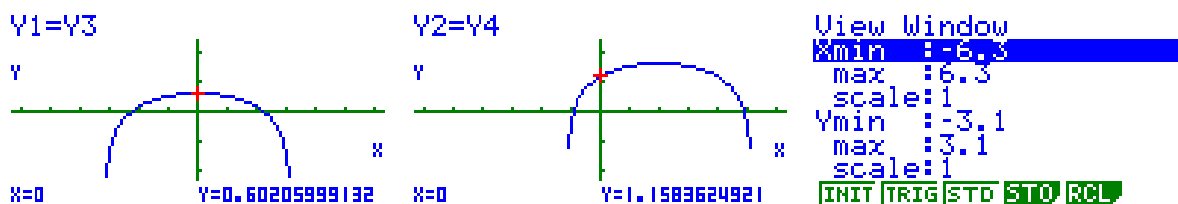
Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Observe as representações gráficas das funções  $Y_1$  e  $Y_2$ .



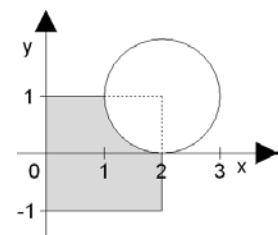
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A]  $Y_2(x) = 2 + Y_1(x + 1)$     [B]  $Y_2(x) = 1 + Y_1(x - 2)$     [C]  $Y_2(x) = 1 + Y_1(x + 2)$     [D]  $Y_2(x) = 2 + Y_1(x - 1)$

2. A recta de equação  $(x, y) = (-3, 1) + k(5, 2) \wedge k \in \mathbb{R}$  é paralela à recta de equação:

- [A]  $y = \frac{2}{5}x + 7$     [B]  $y = -\frac{1}{3}x + 7$     [C]  $y = \frac{5}{2}x + 7$     [D]  $y = -3x + 7$

3. A circunferência representada no referencial cartesiano da figura tem centro no ponto de coordenadas (2, 1) e é tangente ao eixo  $Ox$  no ponto de abscissa 2.

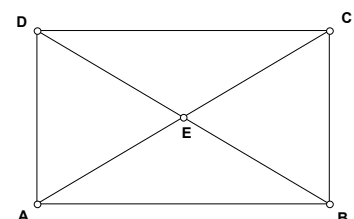


O domínio plano sombreado, incluindo o contorno, pode ser definido por

- [A]  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 \geq 1 \wedge 0 \leq x \leq 2 \wedge |y| \leq 1$   
 [B]  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \geq 1 \wedge 0 \leq x \leq 2 \wedge |y| \leq 1$   
 [C]  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \geq 1 \wedge |x| \leq 2 \wedge |y| \leq 1$     [D]  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 \geq 1 \wedge x \leq 2 \wedge y \leq 1$

4. A figura representa um rectângulo [ABCD] e as respectivas diagonais [AC] e [BD]. Das seguintes igualdades:

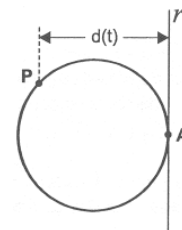
- I.  $A + \vec{EC} = E$   
 II.  $\vec{AE} + \vec{DE} = \vec{DC}$   
 III.  $\vec{BC} + \vec{DA} = \vec{DC} - \vec{AB}$



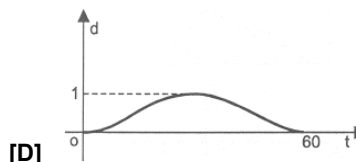
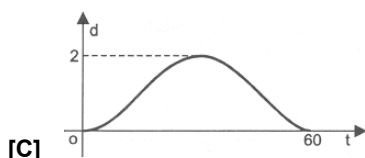
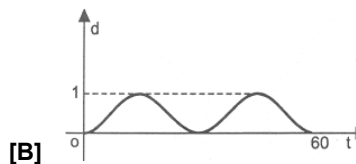
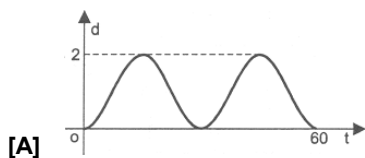
- [A] Nenhuma é verdadeira    [B] Apenas I é verdadeira  
 [C] Apenas II e III são verdadeiras    [D] Todas são verdadeiras

5. Na figura estão representadas:

- uma circunferência de raio 1
- uma recta  $r$ , tangente à circunferência no ponto A



Admita que um ponto P, partindo de A, se desloca sobre a circunferência, em sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio, descrevendo uma única volta em sessenta segundos. Seja  $d(t)$  a distância do ponto P à recta  $r$ ,  $t$  segundos após o início do movimento. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $d$  ?



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. No referencial ortonormado encontra-se representada uma pirâmide de base quadrada.

- G é o centro da base da pirâmide
- F é a intersecção das rectas HB e DE

a) Justifique que A pertence ao plano mediador do segmento de recta [BC].

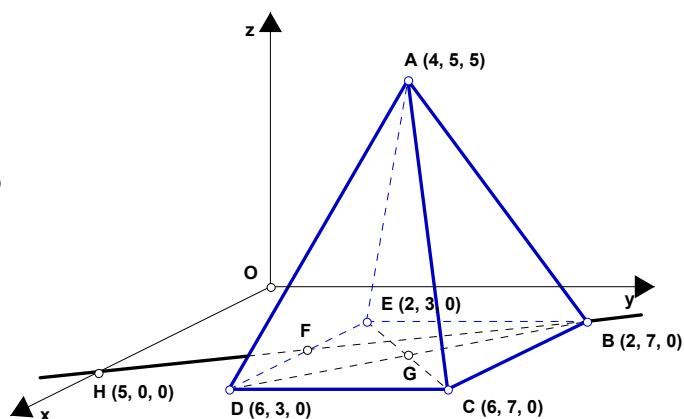
b) Justificando, indique a intersecção da pirâmide com o plano ABH.

c) Determine uma equação vectorial da recta HB.

d) Determine a norma do vector  $\vec{w} = \vec{HA} - \vec{CE}$ .

e) Defina algebricamente a superfície esférica de diâmetro [AB].

f) Determine o volume do cone gerado pela rotação do triângulo [AGD] em torno do eixo AG.



2. O Filipe resolveu fazer um grande passeio de bicicleta. Saiu de casa e lá foi calmamente, a uma velocidade (constante) de 20 quilómetros por hora. Meia hora depois de ele partir, a mãe apercebeu-se que ele se tinha esquecido do farnel. Como sabia por que estrada o filho tinha ido, meteu-se no automóvel e foi à procura dele a uma velocidade (constante) de 60 quilómetros por hora.

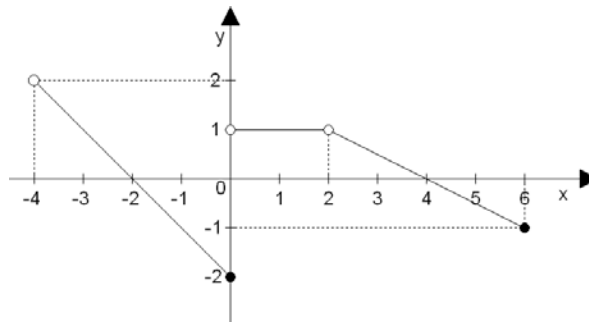
Que distância teve de percorrer até encontrar o Filipe?  
Quanto tempo demorou nessa perseguição?

Este problema pode resolver-se graficamente com muita facilidade. Usando a calculadora gráfica, resolva o problema, documentando sua resolução com um gráfico e indicando os procedimentos que efectuou.

Por último, confirme analiticamente os valores que encontrou.



3. Considere a função  $f$ , definida pelo gráfico apresentado.



a) Indique o domínio, o contradomínio e os zeros da função.

b) Indique os extremos (absolutos e relativos) de  $f$ .

c) Construa um quadro de sinal e outro de variação da função.

d) Represente graficamente as funções:

$$g : x \rightarrow |f(x)| \quad \text{e} \quad h : x \rightarrow 2.f(x) + 1$$

**Nota:** Pode representar as funções no mesmo referencial, desde que utilize duas cores diferentes.

e) Comente a afirmação seguinte:

" $f$  não é contínua no ponto  $x = 0$ , contudo é uma função injetiva."

f) Defina  $f$  analiticamente.

4. Considere a função de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $j : x \rightarrow 1 - |3 - x|$ .

a) Sem recorrer ao gráfico da função, justifique que  $j$  não é uma função par.

b) Verifique, analiticamente, se o ponto de coordenadas  $(4, 2)$  é, ou não, um dos pontos do gráfico de  $j$ .

c) Determine sob a forma de intervalo de números reais os valores de  $x$  para os quais a função é negativa.

d) Defina a função por ramos, sem utilizar o símbolo de valor absoluto.

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$
<b>Trigonometria</b>	
$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{cos } \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$	
$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$	
$\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$	
$\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	
$\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	
$\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{tg } 45^\circ = 1 \quad \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$	

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

**2.ª Parte** ..... 155 pontos

1. .... 52 pontos

- a) ..... 8
- b) ..... 7
- c) ..... 7
- d) ..... 10
- e) ..... 10
- f) ..... 10

2. .... 20 pontos

3. .... 52 pontos

- a) ..... 7
- b) ..... 6
- c) ..... 10
- d) ..... 10
- e) ..... 7
- f) ..... 12

4. .... 31 pontos

- a) ..... 7
- b) ..... 6
- c) ..... 10
- d) ..... 8

**Total 200 pontos**