

# Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

## Prova Escrita de Matemática

31/03/2003

Turma A - Prova 1

10.º Ano

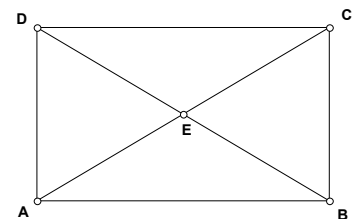
Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

### 1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua. **Cotação:** cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

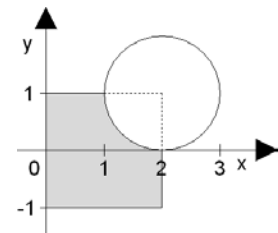
1. A figura representa um rectângulo [ABCD] e as respectivas diagonais [AC] e [BD]. Das seguintes igualdades:



- I.  $A + \vec{EC} = E$   
II.  $\vec{AE} + \vec{DE} = \vec{DC}$   
III.  $\vec{BC} + \vec{DA} = \vec{DC} - \vec{AB}$

- [A] Apenas I é verdadeira  
[B] Apenas II e III são verdadeiras  
[C] Todas são verdadeiras  
[D] Nenhuma é verdadeira

2. A circunferência representada no referencial cartesiano da figura tem centro no ponto de coordenadas (2, 1) e é tangente ao eixo Ox no ponto de abscissa 2.



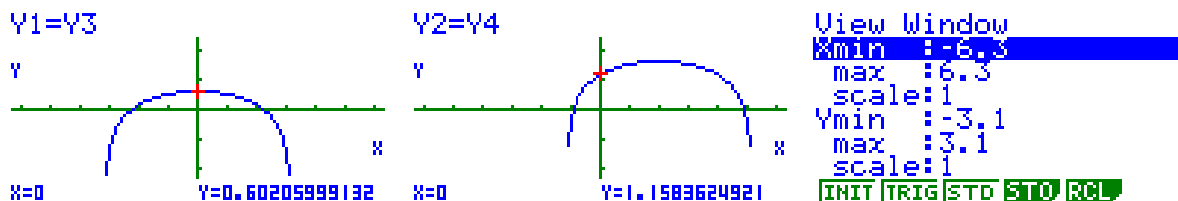
O domínio plano sombreado, incluindo o contorno, pode ser definido por

- [A]  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1 \wedge 0 \leq x \leq 2 \wedge |y| \leq 1$   
[B]  $(x+2)^2 + (y+1)^2 \geq 1 \wedge 0 \leq x \leq 2 \wedge |y| \leq 1$   
[C]  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1 \wedge x \leq 2 \wedge y \leq 1$   
[D]  $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1 \wedge |x| \leq 2 \wedge |y| \leq 1$

3. A recta de equação  $(x, y) = (-3, 1) + k(5, 2) \wedge k \in \mathbb{R}$  é paralela à recta de equação:

- [A]  $y = -3x + 7$       [B]  $y = \frac{5}{2}x + 7$       [C]  $y = -\frac{1}{3}x + 7$       [D]  $y = \frac{2}{5}x + 7$

4. Observe as representações gráficas das funções  $Y_1$  e  $Y_2$ .

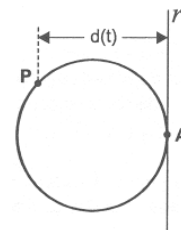


Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- [A]  $Y_2(x) = 2 + Y_1(x-1)$     [B]  $Y_2(x) = 2 + Y_1(x+1)$     [C]  $Y_2(x) = 1 + Y_1(x-2)$     [D]  $Y_2(x) = 1 + Y_1(x+2)$

5. Na figura estão representadas:

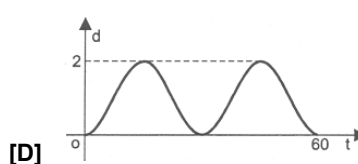
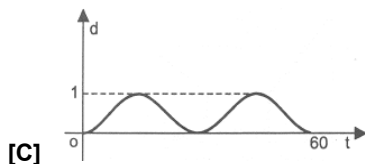
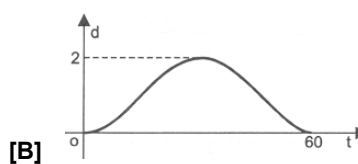
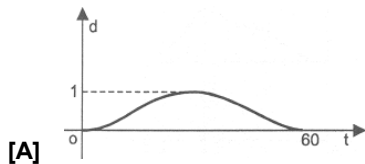
- uma circunferência de raio 1
- uma recta  $r$ , tangente à circunferência no ponto A



Admita que um ponto P, partindo de A, se desloca sobre a circunferência, em sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio, descrevendo uma única volta em sessenta segundos.

Seja  $d(t)$  a distância do ponto P à recta  $r$ ,  $t$  segundos após o início do movimento.

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $d$ ?



## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias.

1. No referencial ortonormado encontra-se representada uma pirâmide de base quadrada.

- G é o centro da base da pirâmide
- F é a intersecção das rectas HB e DE

a) Justifique que A pertence ao plano mediador do segmento de recta [BC].

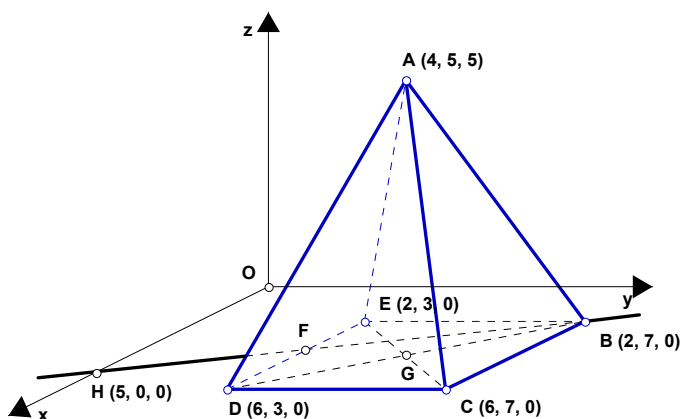
b) Justificando, indique a intersecção da pirâmide com o plano ABH.

c) Determine uma equação vectorial da recta HB.

d) Determine a norma do vector  $\vec{w} = \vec{HA} - \vec{CE}$ .

e) Defina algebricamente a superfície esférica de diâmetro [AB].

f) Determine o volume do cone gerado pela rotação do triângulo [AGD] em torno do eixo AG.



2. O Filipe resolveu fazer um grande passeio de bicicleta. Saiu de casa e lá foi calmamente, a uma velocidade (constante) de 20 quilómetros por hora. Meia hora depois de ele partir, a mãe apercebeu-se que ele se tinha esquecido do farnel. Como sabia por que estrada o filho tinha ido, meteu-se no automóvel e foi à procura dele a uma velocidade (constante) de 60 quilómetros por hora.

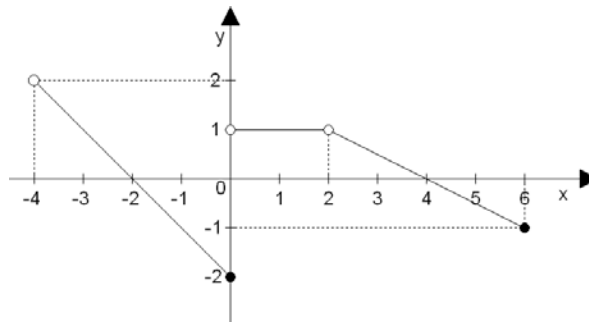
Que distância teve de percorrer até encontrar o Filipe?  
Quanto tempo demorou nessa perseguição?

Este problema pode resolver-se graficamente com muita facilidade. Usando a calculadora gráfica, resolva o problema, documentando sua resolução com um gráfico e indicando os procedimentos que efectuou.

Por último, confirme analiticamente os valores que encontrou.



3. Considere a função  $f$ , definida pelo gráfico apresentado.



- Indique o domínio, o contradomínio e os zeros da função.
- Indique os extremos (absolutos e relativos) de  $f$ .
- Construa um quadro de sinal e outro de variação da função.
- Represente graficamente as funções:

$$g : x \rightarrow |f(x)| \quad \text{e} \quad h : x \rightarrow 2.f(x) + 1$$

**Nota:** Pode representar as funções no mesmo referencial, desde que utilize duas cores diferentes.

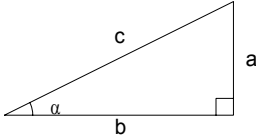
- Comente a afirmação seguinte:  
"f não é contínua no ponto  $x = 0$ , contudo é uma função injetiva."
- Defina  $f$  analiticamente.

4. Considere a função de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $j : x \rightarrow 1 - |3 - x|$ .

- Sem recorrer ao gráfico da função, justifique que  $j$  não é uma função par.
- Verifique, analiticamente, se o ponto de coordenadas (4, 2) é, ou não, um dos pontos do gráfico de  $j$ .
- Determine sob a forma de intervalo de números reais os valores de  $x$  para os quais a função é negativa.
- Defina a função por ramos, sem utilizar o símbolo de valor absoluto.

**FIM**

## Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$
Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
Círculo: $\pi r^2$	Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$
	Esfera: $\frac{4}{3} \pi r^3$
Trigonometria	
 <p> <math>\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}</math>    <math>\text{cos } \alpha = \frac{b}{c}</math>    <math>\text{tg } \alpha = \frac{a}{b}</math>  <math>\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1</math> </p>	$\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$ $\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{tg } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\text{tg } 45^\circ = 1$ $\text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
5	45						

**2.ª Parte** ..... 155 pontos

1. .... 52 pontos

- a) ..... 8
- b) ..... 7
- c) ..... 7
- d) ..... 10
- e) ..... 10
- f) ..... 10

2. .... 20 pontos

3. .... 52 pontos

- a) ..... 7
- b) ..... 6
- c) ..... 10
- d) ..... 10
- e) ..... 7
- f) ..... 12

4. .... 31 pontos

- a) ..... 7
- b) ..... 6
- c) ..... 10
- d) ..... 8

**Total 200 pontos**