Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

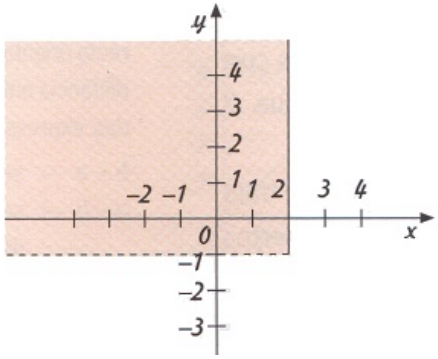
Prova Escrita de Matemática

18/11/2002 **Turmas A e B** **10.º Ano**

Nome: _____ *N.º:*_____ *Turma:* ___

Nas questões seguintes, apresente ***o seu raciocínio de forma clara****, indicando todos* ***os cálculos*** *que tiver de efectuar e* ***as justificações*** *que entender necessárias.*

1. Indique qual das condições seguintes caracteriza a região plana considerada no referencial da figura ao lado.



[A] $y \leq 2 \quad \wedge \quad x > -1$

[B] $x \leq 2 \quad \vee \quad y > -1$

[C] $x \leq 2 \quad \wedge \quad y > -1$

[D] $y \leq 2 \quad \vee \quad x > -1$

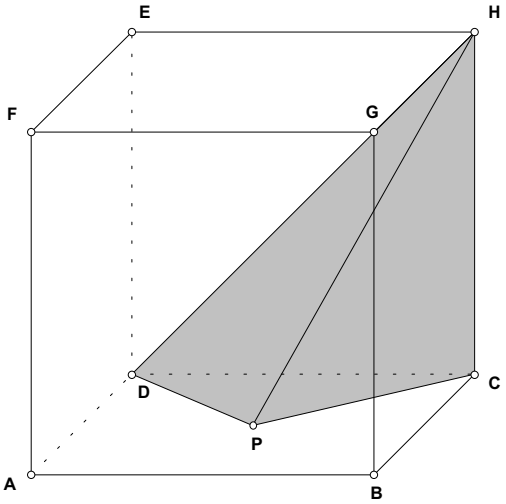
2. Considere a seguinte condição: $|x| \geq 3 \quad \wedge \quad y \geq 1$.

a) Desenhe, num referencial ortonormado, a região definida pela condição dada.

b) Aplicando as Leis de De Morgan, mostre que $\sim (\,|x| \geq 3\,) \quad \Leftrightarrow \quad -3 < x < 3$.

3. Observe a figura ao lado.

O cubo tem aresta **a** e o ponto P é o centro da face [ABCD].



a) Justificando, mostre que $A_{[CDP]} = \dfrac{a^2}{4}$ traduz a área do triângulo [CDP].

b) Relacione os volumes do cubo e da pirâmide [CDPH].

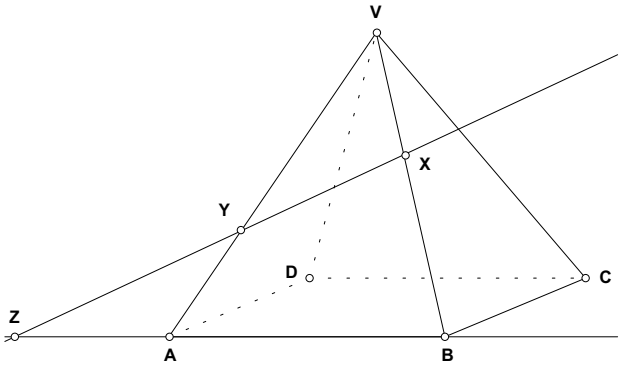
c) Suponha agora que o comprimento da aresta do cubo é 2 decímetros.

c1) Mostre que o perímetro do triângulo [DEP] é $P = (2 + \sqrt{2} + \sqrt{6})$ decímetros.

c2) Considerando valores aproximados de $\sqrt{2}$ e de $\sqrt{6}$ a menos de uma décima, enquadre o perímetro do triângulo referido na alínea **c1)**.

4. Considere a pirâmide quadrangular regular [ABCDV].

- X e Y são pontos das arestas [VB] e [VA];
- As rectas AB e XY intersectam-se em Z;
- A aresta da base tem 6 cm de comprimento;
- A altura da pirâmide é 6 cm.



a) Justifique que a intersecção dos planos CXY e ABC é a recta CZ.

b) Desenhe a secção produzida na pirâmide pelo plano CXY.

c) Determine a medida da amplitude do diedro formado pela base e uma face lateral da pirâmide. (aproximação à décima de grau)

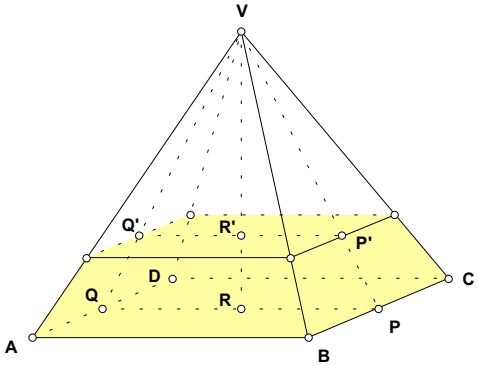
Sugestão: Considere o plano VPQ, sendo P e Q, respectivamente, os pontos médios das arestas [BC] e [AD].

d) Suponha que a pirâmide considerada é um modelo de um frasco que pode ser cheio exactamente até ao seu vértice.

Considere o frasco **meio cheio** de líquido (isto é, por metade da sua capacidade) e com a base assente num plano horizontal.
Mostre, nestas circunstâncias, que a altura do líquido no interior do frasco é $h' = 6 - 3\sqrt[3]{4}$ cm.

Sugestão: Comece por considerar a semelhança dos triângulos [VPQ] e [VP'Q'] e mostre que $\overline{VR'} = \overline{P'Q'}$.

Nota: Não serão consideradas as resoluções se limitem à verificação do valor indicado.



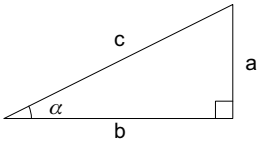
FIM

O Professor

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: *Área da base* × *Altura*
Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$	Cilindro: *Área da base* × *Altura*
Polígono regular: *Semiperímetro* × *Apótema*	Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* × *Altura*
Círculo: πr^2	Cone: $\dfrac{1}{3} \times$ *Área da base* × *Altura*
	Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$

Trigonometria



$sen\,\alpha = \dfrac{a}{c}$ $\quad \cos\alpha = \dfrac{b}{c}$ $\quad tg\,\alpha = \dfrac{a}{b}$

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$sen\,30^\circ = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

$sen\,45^\circ = \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$sen\,60^\circ = \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$tg\,30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad tg\,45^\circ = 1$ $\quad tg\,60^\circ = \sqrt{3}$

Cotações											
1	*2-a)*	*2-b)*	*3-a)*	*3-b)*	*3-c1)*	*3-c2)*	*4-a)*	*4-b)*	*4-c)*	*4-d)*	**TOTAL**
15	20	15	15	20	20	15	15	15	20	30	**200**