Escola Secundária/3 da Sé-Lamego

Prova Escrita de Matemática

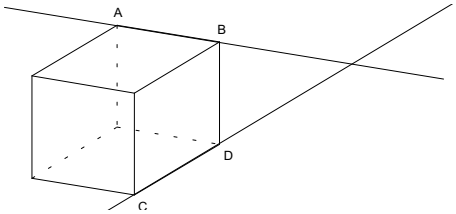
04/11/2002 **Turmas A e B - Prova 2** **10.º Ano**

*Nome:*_____ *N.º:* ____ *Turma:*____

1.ª Parte

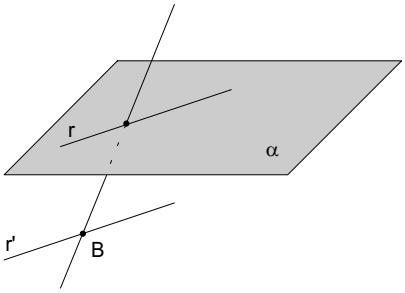
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +9 pontos; cada resposta errada, -3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*

1. A, B, C e D são 4 vértices de um cubo.
Podemos afirmar que as rectas AB e CD



[A] são paralelas. **[B]** são complanares.
[C] são perpendiculares. **[D]** são concorrentes.

2. Por B ($B \notin \alpha$) traça-se uma recta r' paralela a r ($r \in \alpha$). Esta recta r':



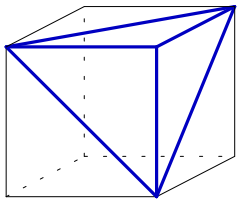
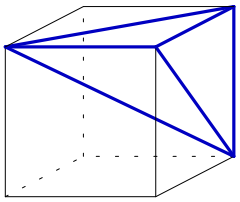
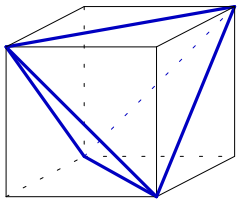
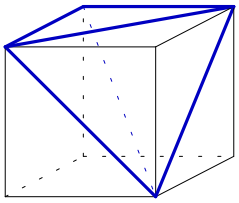
[A] pode ser perpendicular ao plano α.
[B] não pode intersectar o plano α.
[C] pode intersectar o plano α em apenas um ponto.
[D] pode intersectar o plano α em pelo menos dois pontos.

3. Quais das afirmações seguintes são verdadeiras?

I. Se dois planos distintos têm um ponto em comum, a sua intersecção é uma recta.
II. O dual de um tetraedro regular é outro tetraedro regular.
III. Duas rectas que contêm quaisquer duas arestas de um tetraedro regular definem um plano.

[A] Apenas I e II. **[B]** Apenas II e III. **[C]** Apenas II. **[D]** Todas.

4. Indique em qual das figuras está representado um tetraedro regular inscrito num cubo:

[A]  **[B]**  **[C]**  **[D]** 

5. Se a diagonal de um quadrado tem $5\sqrt{2}\ cm$ de comprimento, então o seu perímetro é:

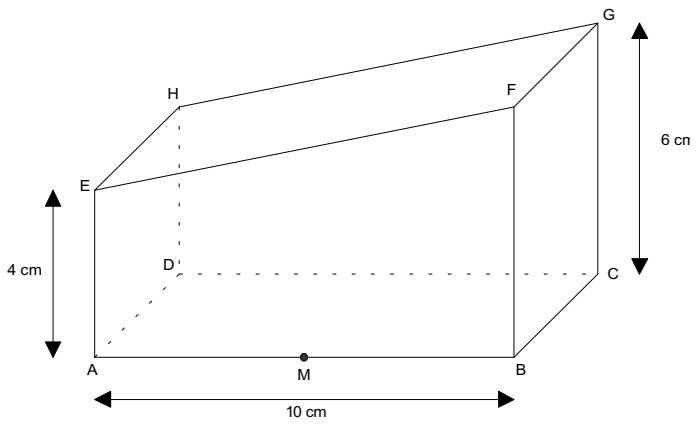
[A] $20\sqrt{2}\ cm$. **[B]** $20\ cm$. **[C]** $28{,}3\ cm$ (1 c.d.). **[D]** $25\ cm$.

2.ª Parte

Nas questões s eguintes, apresente ***o seu raciocínio de forma c lara****, indicando todos* ***os cálculos*** *que tiver de efectuar e* ***as justificações*** *que entender necessárias.*

1. Na figura ao lado está representado um sólido geométrico, onde:

- [ABCD] é um rectângulo;
- $AE // BF // CG // DH$;
- $AE \perp ABC$;
- M é o ponto médio da aresta [AB];
- $\overline{AE} = \overline{DH} = 4\ cm$;
- $\overline{BF} = \overline{CG} = 6\ cm$;
- $\overline{AB} = 10\ cm$.



a) Justifique que a recta BC é paralela ao plano FGM.

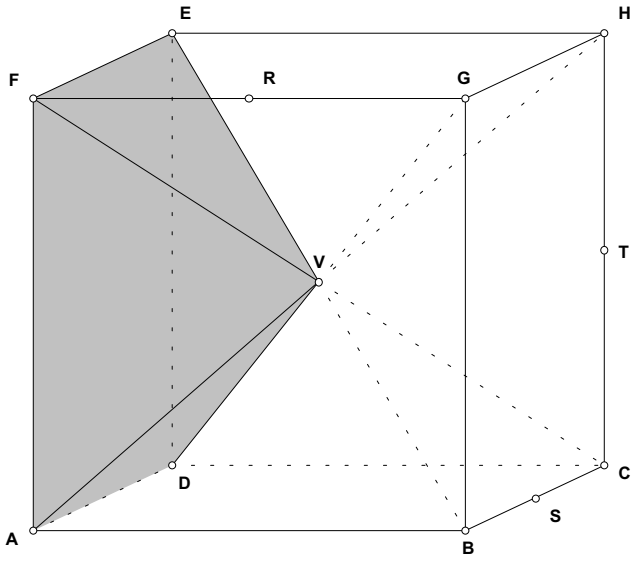
b) Desenhe a secção que se obtém cortando o sólido pelo plano FGM.

NOTA: Reproduza o sólido na sua prova.

c) Usando valores aproximados ao milímetro, enquadre a soma dos comprimentos das diagonais da face [ABFE] do sólido geométrico.

2. Observe a figura, onde:

- [ABCDEFGH] é um cubo;
- V é o ponto de intersecção das diagonais espaciais do cubo;
- R, S e T são, respectivamente, os pontos médios das arestas [FG], [BC] e [CH];
- $\overline{AB} = 12\ cm$.



a) Determine a área da pirâmide [ADEFV].

b) Determine a amplitude do ângulo EVF. (aproximação à centésima de grau)

c) Pretende-se agora desenhar a secção produzida no cubo pelo plano RST.

Para isso, reproduza apenas (na sua prova) o cubo e os pontos R, S e T, e resolva sucessivamente as seguintes questões:

c1) Indique um ponto pertencente à intersecção dos planos ABG e RST;

c2) Justifique que os planos ABG e RST são secantes;

c3) Construa outro ponto (ponto J) que pertença à intersecção dos planos ABG e RST;

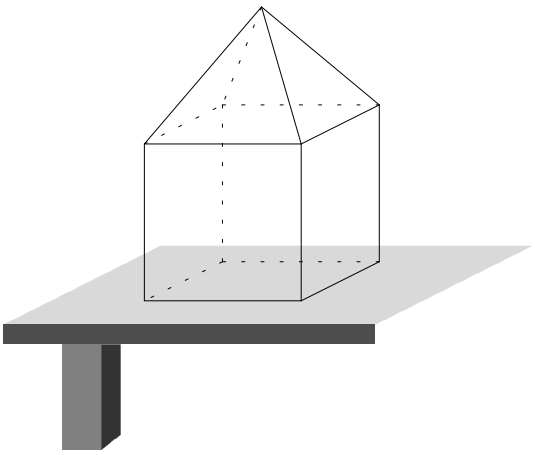
Sugestão: Repare que a recta BG pertence simultaneamente aos planos BCG e BGF e que a recta ST pertence simultaneamente aos planos BCG e RST.

c4) Desenhe a secção obtida no cubo pelo plano RST.

3. Na figura está representado um frasco de perfume líquido.

A parte inferior é um cubo com aresta de comprimento 4 cm e a parte superior é uma pirâmide quadrangular regular com 3 cm de altura.

NOTA: O frasco pode ser cheio exactamente até ao vértice da pirâmide.



a) Comente a afirmação seguinte:

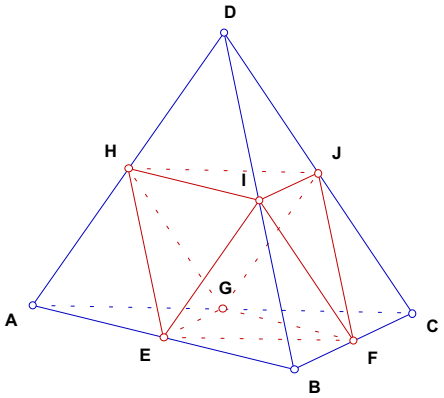
«*Com o frasco nesta posição horizontal e independentemente da quantidade de líquido no seu interior, a figura definida pela superfície do líquido em repouso é sempre o "mesmo quadrado".*»

b) Determine o perímetro e a área da superfície do líquido no seu interior, quando este (líquido) tiver uma altura de 5,5 centímetros.

c) Considere agora o frasco **meio cheio** de líquido (isto é, por metade da sua capacidade). Qual é a altura do líquido no interior do frasco?

4. Observe a figura ao lado, onde:

- [ABCD] é um tetraedro regular;
- E, F, G, H, I e J são pontos médios das arestas do tetraedro.



a) De forma sucinta, mas fundamentada, mostre que [HIJD] é um tetraedro regular.

b) Qual é a relação entre os volumes dos tetraedros [HIJD] e [ABCD]? Justifique.

c) Construa a secção produzida no tetraedro [ABCD] pelo plano DEJ. Justificando, classifique o polígono obtido.

NOTA: Reproduza o tetraedro [ABCD] na sua prova.

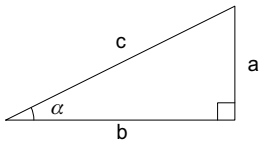
FIM

O Professor

Formulário

Áreas de figuras planas	Volumes
Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$	Prisma: *Área da base* × *Altura*
Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$	Cilindro: *Área da base* × *Altura*
Polígono regular: *Semiperíme tro* × *Apótema*	Pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* × *Altura*
Círculo: πr^2	Cone: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* × *Altura*
	Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$

Trigonometria



$sen\ \alpha = \frac{a}{c}$ $\quad \cos\alpha = \frac{b}{c}$ $\quad tg\ \alpha = \frac{a}{b}$

$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$sen\ 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

$sen\ 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$sen\ 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad tg\ 45° = 1$ $\quad tg\ 60° = \sqrt{3}$

COTAÇÕES

1.ª Parte ..... 45 pontos

Cada resposta certa ..... +9 pontos

Cada resposta errada ..... -3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada..... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
CERTAS	0	0	0	0	0	0	0
	1	9	6	3	0	0	
	2	18	15	12	9		
	3	27	24	21			
	4	36	33				
	5	45					

2.ª Parte ..... 155 pontos

1. ..... 28 pontos
   - a) 6
   - b) 7
   - c) 15

2. ..... 57 pontos
   - a) 18
   - b) 12
   - c1) 5
   - c2) 5
   - c3) 7
   - c4) 10

3. ..... 40 pontos
   - a) 10
   - b) 12
   - c) 18

4. ..... 30 pontos
   - a) 12
   - b) 8
   - c) 10

Total **200 pontos**