

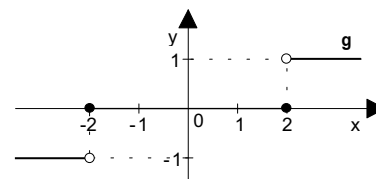
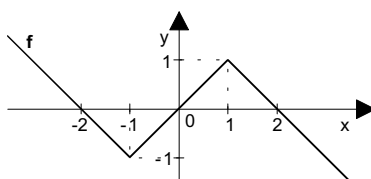
ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: **Prova 2**

### 1.ª Parte

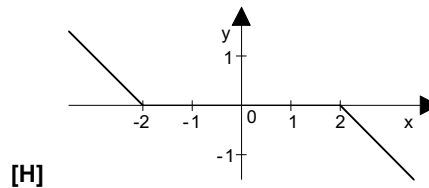
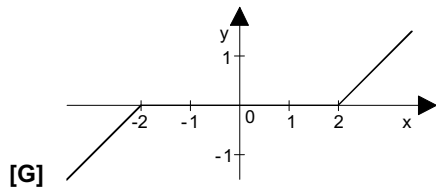
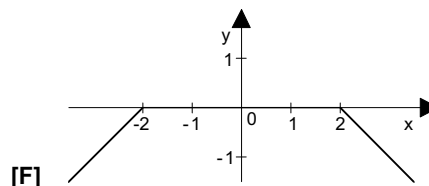
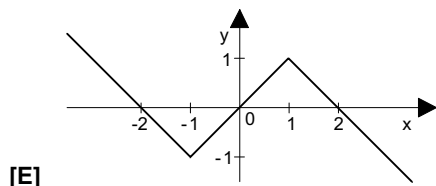
Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

**Atenção!** Se apresentar mais do que uma resposta a que stão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

1. Considere duas funções  $f$  e  $g$  de domínio  $\mathbb{R}$ , cujas representações gráficas se indicam a seguir:



A representação gráfica de  $f \times g$  é:



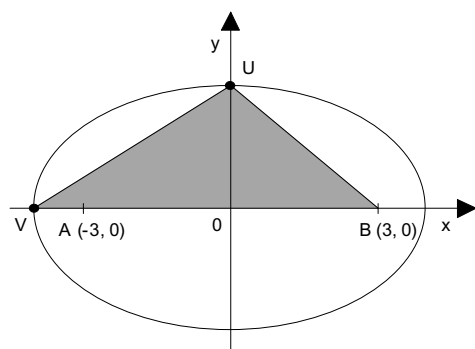
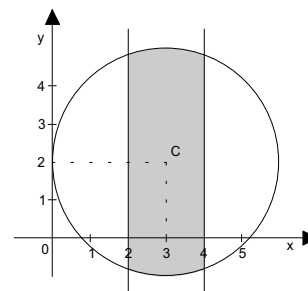
2. A circunferência tem centro em  $C$  e as rectas são paralelas ao eixo  $Oy$ . Uma condição que define a região sombreada, incluindo o contorno, é:

[E]  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 9 \wedge |x + 3| \leq 1.$

[F]  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \leq 4 \wedge |x + 3| \leq 1.$

[G]  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \wedge |x - 3| \leq 1.$

[H]  $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 \leq 9 \wedge |x - 3| \leq 1.$



3. Considere, num referencial ortonormado do plano, o lugar geométrico dos pontos tais que a soma das distâncias a  $A(-3, 0)$  e  $B(3, 0)$  é, na unidade considerada, igual a 8.

Sendo  $U$  e  $V$  vértices desse lugar geométrico, a área do triângulo sombreado é, na unidade de área correspondente, igual a:

NOTA: Área do triângulo =  $\frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2}$

[E]  $3,5\sqrt{7}.$

[F] 10,5.

[G]  $1,5\sqrt{7}.$

[H]  $0,5\sqrt{7}.$

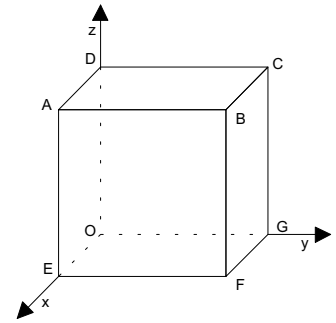
4. Sendo  $\sqrt{2}$  a medida da diagonal duma face do cubo, então:

[E]  $x = \frac{1}{2}$  define o plano mediador de [EF].

[F] O simétrico de B em relação ao plano yOz é o ponto (1, -1, 1).

[G]  $\|\vec{FD}\| = \sqrt{3}$ .

[H]  $\vec{EB}$  e  $\vec{CB}$  são colineares.



5. O menor valor da função  $h$  de domínio  $[-3, 2]$  definida por  $h(x) = |x| + 3$  é:

[E] 5.

[F] 3.

[G] 0.

[H] -3.

## 2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias

1. Na figura ao lado, considere o cubo [ABCDEFGH] assente no plano  $\alpha$ .

- Os pontos P e Q são os pontos médios das arestas [EF] e [FG], respectivamente;
- A aresta do cubo mede 2 cm.

a) Comente a afirmação seguinte:

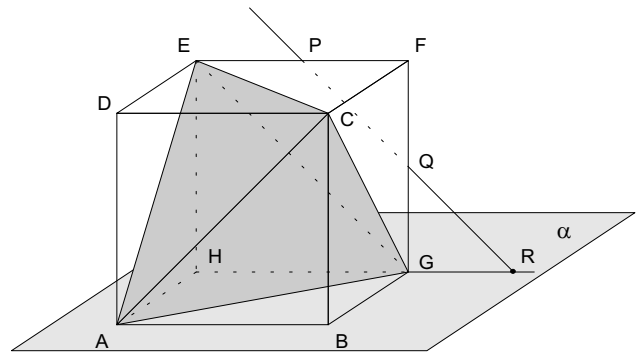
«O ponto R é a intersecção da recta PQ com o plano  $\alpha$ .»

b) Justifique que [ACEG] é um tetraedro regular.

Determine o valor exacto da área de uma das faces do tetraedro.

c) Imagine o tetraedro com a face [ACG] “assente” no plano  $\alpha$ , reproduza-o (apenas o tetraedro) na sua folha de respostas e desenhe a secção nele produzida por um plano paralelo a  $\alpha$  e que passe no ponto médio da sua altura.

Indique, justificando, a razão entre os perímetros da face do tetraedro e da secção obtida.



2. Na figura está representada, num referencial cartesiano ortonormado Oxyz, uma casa com a forma de uma pirâmide quadrangular assente sobre um paralelepípedo. A unidade de comprimento é o metro.

a) Determine uma equação vectorial da recta AH e indique, justificando, as coordenadas do ponto de intersecção dessa recta com o plano coordenado yOz.

b) O proprietário pretende colocar uma esfera de esferovite assente no cume do telhado (ponto H) com diâmetro igual

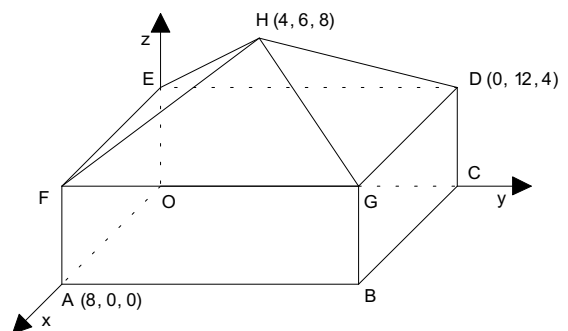
$$a \frac{1}{2} \|\vec{BG}\|.$$

Defina analiticamente essa esfera.

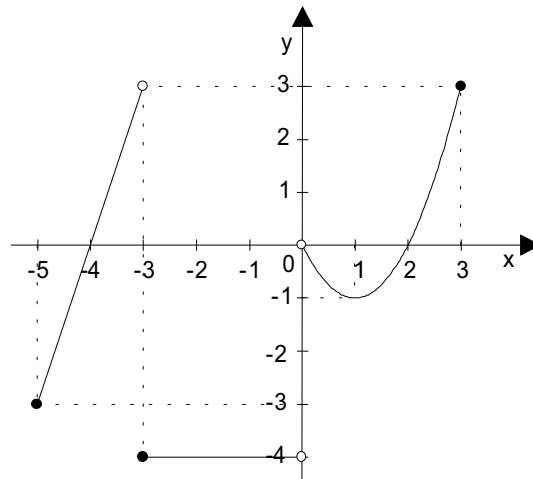
c) A lâmpada do candeeiro público mais próximo da casa pode ser representada pelo ponto L, tal que:

$$L = A + 5\vec{DH} - 3\vec{DC}.$$

Determine, com aproximação ao decímetro, a distância da lâmpada ao cume do telhado.



3. Considere a função  $f$ , real de variável real, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado.



- Indique o domínio, contradomínio e zeros da função  $f$ . Identifique os extremos absolutos e um ponto de descontinuidade (caso existam). Indique um intervalo onde a função seja estritamente crescente e negativa. Justificando, refira a injectividade ou a não injectividade da função  $f$ .
- Defina a função  $f$  por troços.
- Considere a função  $h$ , tal que  $h(x) = f(x+2) - 3$ . Descreva como esboçava o gráfico da função  $h$ .
- Indique o conjunto-solução da condição  $|f(x)| \geq 3$ .

4. Numa viagem de longo curso, um avião da AIRSKY sofreu uma avaria e perdeu altitude durante algum tempo. A avaria ocorreu num instante que se toma para origem dos tempos. Durante o período de tempo a seguir considerado, a altitude do avião no instante  $t$  é dada por

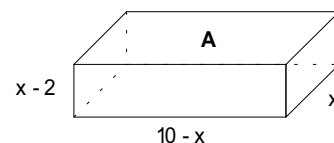
$$h(t) = t^2 - 6t + 12 \quad (t \in [0, 7]).$$



Esta altitude é medida a partir do solo. As unidades utilizadas são *minutos* para o tempo e *milhares de pés* para a altitude.

- $h(0) = 12$ . No contexto, qual o significado deste valor?
- Justificando, determine em que instante e qual a menor altitude a que esteve o avião.
- Determine o intervalo de tempo em que o avião esteve abaixo dos 5.000 pés.

5. A figura representa duas caixas (**A** e **B**) em forma de paralelepípedos rectângulos, cujas dimensões, em  $dm$  e em função de  $x$ , estão expressas na figura.

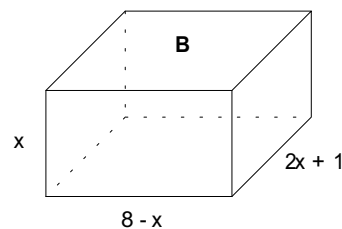


a) Mostre que os volumes das caixas, em  $dm^3$ , são dados por:

- $v_A(x) = -x^3 + 12x^2 - 20x$
- $v_B(x) = -2x^3 + 15x^2 + 8x$

b) Mostre que a diferença de volumes entre as caixas **A** e **B** é definida por:

$$d(x) = (v_A - v_B)(x) = x \cdot (x^2 - 3x - 28).$$



Construa, em  $\mathbb{R}$ , uma tabela de sinal da função  $d$ .

Será correcto afirmar que a caixa A tem maior volume que a caixa B para todo o  $x \in ]-4, 0[ \cup ]7, +\infty[$ ?

Justifique.

**FIM**

# COTAÇÕES

**1.ª Parte** ..... 50 pontos

Cada resposta certa ..... +10 pontos

Cada resposta errada ..... -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada..... 0 pontos

**Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.**

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

**2.ª Parte** ..... 150 pontos

1. .... 32 pontos

a) ..... 6

b) ..... 15

c) ..... 11

2. .... 38 pontos

a) ..... 14

b) ..... 11

c) ..... 13

3. .... 35 pontos

a) ..... 14

b) ..... 10

c) ..... 4

d) ..... 7

4. .... 25 pontos

a) ..... 5

b) ..... 8

c) ..... 12

5. .... 20 pontos

a) ..... 6

b) ..... 14

**Total 200 pontos**