

ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: Prova 1

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde.

Atenção! Se apresentar mais do que uma resposta a que estão será anulada, o mesmo a contendo e m caso de resposta a mbígua. **Cotação:** cada resposta certa, +10 pon tos; cada resposta errada, -10/3 pon tos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.

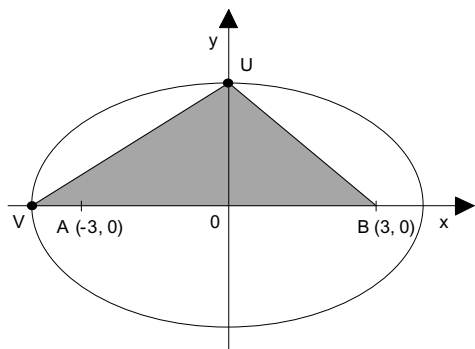
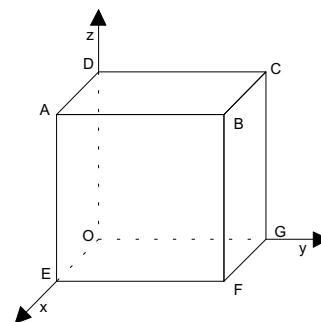
1. Sendo $\sqrt{2}$ a medida da diagonal duma face do cubo, então:

[A] $\|\vec{FD}\| = \sqrt{3}$.

[B] \vec{EB} e \vec{CB} são colineares.

[C] $x = \frac{1}{2}$ define o plano medidor de [EF].

[D] O simétrico de B em relação ao plano yOz é o ponto (1, -1, 1).



2. Considere, num referencial ortonormado do plano, o lugar geométrico dos pontos tais que a soma das distâncias a A (-3, 0) e a B (3, 0) é, na unidade considerada, igual a 8.

Sendo U e V vértices desse lugar geométrico, a área do triângulo sombreado é, na unidade de área correspondente, igual a:

NOTA: Área do triângulo = $\frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2}$

[A] 10,5.

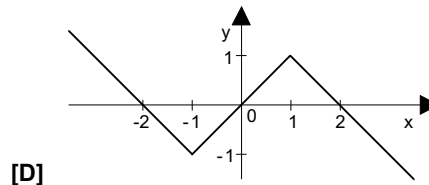
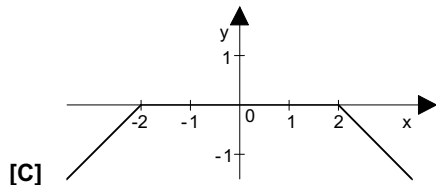
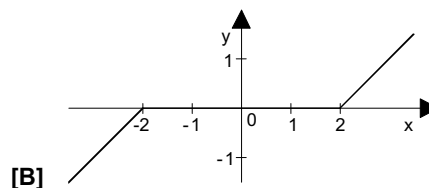
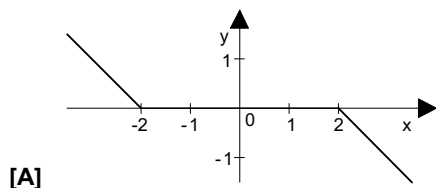
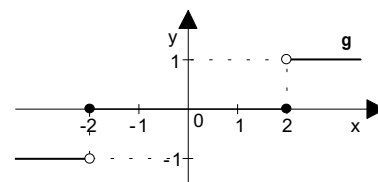
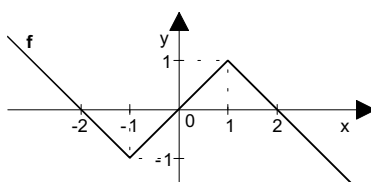
[B] $3,5\sqrt{7}$.

[C] $0,5\sqrt{7}$.

[D] $1,5\sqrt{7}$.

3. Considere duas funções f e g de domínio \mathbb{R} , cujas representações gráficas se indicam a seguir:

A representação gráfica de $f \times g$ é:



4. O menor valor da função h de domínio $[-3, 2]$ definida por $h(x) = |x| + 3$ é:

[A] -3.

[B] 0.

[C] 3.

[D] 5.

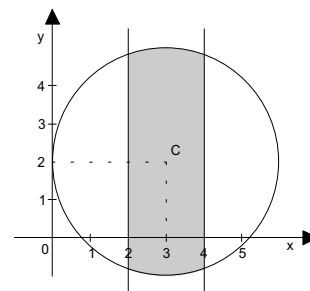
5. A circunferência tem centro em C e as rectas são paralelas ao eixo Oy. Uma condição que define a região sombreada, incluindo o contorno, é:

[A] $(x-3)^2 + (y-2)^2 \leq 9 \wedge |x-3| \leq 1.$

[B] $(x-3)^2 + (y-2)^2 \leq 4 \wedge |x-3| \leq 1.$

[C] $(x-2)^2 + (y-3)^2 \leq 4 \wedge |x+3| \leq 1.$

[D] $(x-3)^2 + (y-2)^2 \leq 9 \wedge |x+3| \leq 1.$



2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias

1. Na figura ao lado, considere o cubo [ABCDEFGH] assente no plano α .

- Os pontos P e Q são os pontos médios das arestas [EF] e [FG], respectivamente;
- A aresta do cubo mede 2 cm.

a) Comente a afirmação seguinte:

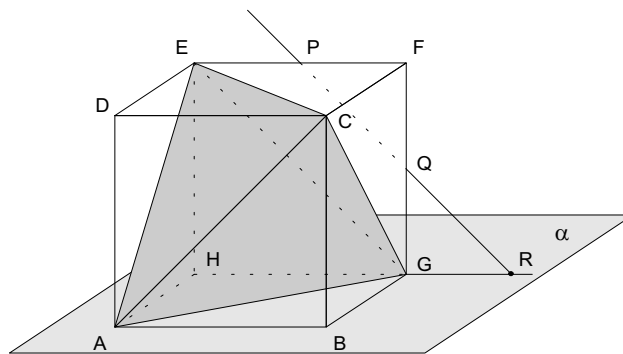
«O ponto R é a intersecção da recta PQ com o plano α .»

b) Justifique que [ACEG] é um tetraedro regular.

Determine o valor exacto da área de uma das faces do tetraedro.

c) Imagine o tetraedro com a face [ACG] "assente" no plano α , reproduza-o (apenas o tetraedro) na sua folha de respostas e desenhe a secção nele produzida por um plano paralelo a α e que passe no ponto médio da sua altura.

Indique, justificando, a razão entre os perímetros da face do tetraedro e da secção obtida.



2. Na figura está representada, num referencial cartesiano ortonormado Oxyz, uma casa com a forma de uma pirâmide quadrangular assente sobre um paralelepípedo. A unidade de comprimento é o metro.

a) Determine uma equação vectorial da recta AH e indique, justificando, as coordenadas do ponto de intersecção dessa recta com o plano coordenado yOz.

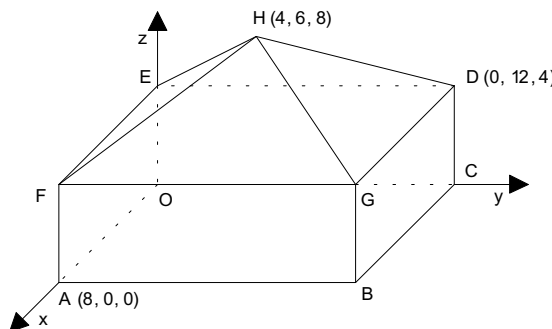
b) O proprietário pretende colocar uma esfera de esferovite assente no cume do telhado (ponto H) com diâmetro igual

a $\frac{1}{2} \|\vec{BG}\|$.

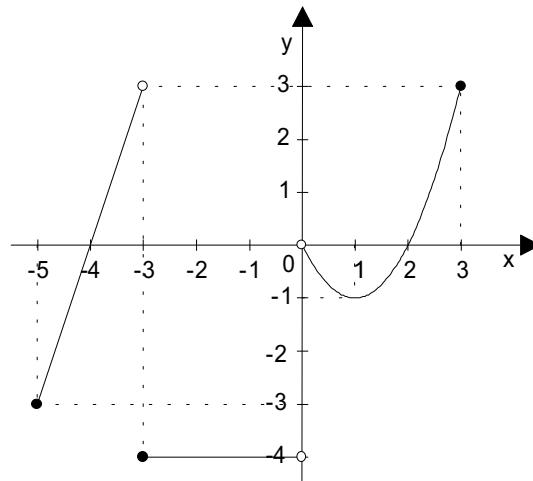
Defina analiticamente essa esfera.

c) A lâmpada do candeeiro público mais próximo da casa pode ser representada pelo ponto L, tal que:

$L = A + 5\vec{DH} - 3\vec{DC}$. Determine, com aproximação ao decímetro, a distância da lâmpada ao cume do telhado.



3. Considere a função f , real de variável real, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado.



- Indique o domínio, contradomínio e zeros da função f . Identifique os extremos absolutos e um ponto de descontinuidade (caso existam). Indique um intervalo onde a função seja estritamente crescente e negativa. Justificando, refira a injectividade ou a não injectividade da função f .
- Defina a função f por troços.
- Considere a função h , tal que $h(x) = f(x+2) - 3$. Descreva como esboçava o gráfico da função h .
- Indique o conjunto-solução da condição $|f(x)| \geq 3$.

4. Numa viagem de longo curso, um avião da AIRSKY sofreu uma avaria e perdeu altitude durante algum tempo. A avaria ocorreu num instante que se toma para origem dos tempos. Durante o período de tempo a seguir considerado, a altitude do avião no instante t é dada por

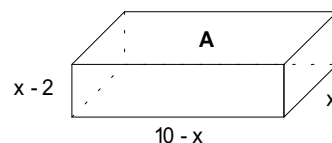
$$h(t) = t^2 - 6t + 12 \quad (t \in [0, 7]).$$



Esta altitude é medida a partir do solo. As unidades utilizadas são *minutos* para o tempo e *milhares de pés* para a altitude.

- $h(0) = 12$. No contexto, qual o significado deste valor?
- Justificando, determine em que instante e qual a menor altitude a que esteve o avião.
- Determine o intervalo de tempo em que o avião esteve abaixo dos 5.000 pés.

5. A figura representa duas caixas (**A** e **B**) em forma de paralelepípedos rectângulos, cujas dimensões, em dm e em função de x , estão expressas na figura.

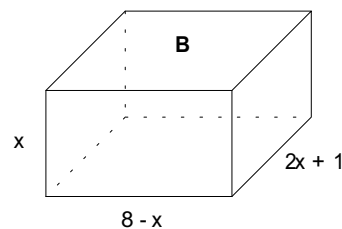


a) Mostre que os volumes das caixas, em dm^3 , são dados por:

- $v_A(x) = -x^3 + 12x^2 - 20x$
- $v_B(x) = -2x^3 + 15x^2 + 8x$

b) Mostre que a diferença de volumes entre as caixas **A** e **B** é definida por:

$$d(x) = (v_A - v_B)(x) = x \cdot (x^2 - 3x - 28).$$



Construa, em \mathbb{R} , uma tabela de sinal da função d .

Será correcto afirmar que a caixa A tem maior volume que a caixa B para todo o $x \in]-4, 0[\cup]7, +\infty[$?

Justifique.

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte 50 pontos

Cada resposta certa +10 pontos

Cada resposta errada -10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada..... 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

	E	R	R	A	D	A	S
	0	1	2	3	4	5	
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte 150 pontos

1. 32 pontos

a) 6

b) 15

c) 11

2. 38 pontos

a) 14

b) 11

c) 13

3. 35 pontos

a) 14

b) 10

c) 4

d) 7

4. 25 pontos

a) 5

b) 8

c) 12

5. 20 pontos

a) 6

b) 14

Total 200 pontos