Escola Secundária da Sé-Lamego

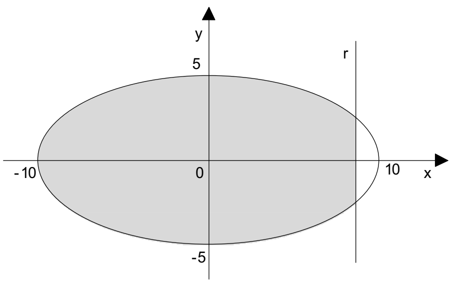
Prova Global de Matemática

10.º Ano | **Ano Lectivo de 1997/98** | **Duração: 90 minutos**

ATENÇÃO - Escreva na primeira linha da sua folha de respostas: ***Prova 2***

1.ª Parte

Para cada uma das seguintes 5 questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correcta de entre as alternativas que lhe são apresentadas e *<u>escreva na sua folha de respostas a letra que lhe corresponde</u>.*
Atenção! *Se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.* ***Cotação****: cada resposta certa, +10 pontos; cada resposta errada, -10/3 pontos; questão não respondida ou anulada, 0 pontos.*



1. No referencial cartesiano ortogonal da figura está representada uma elipse em que os eixos de simetria são os eixos coordenados.

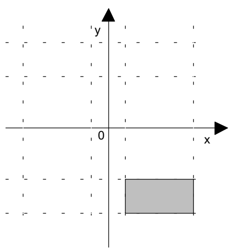
A recta *r* é paralela ao eixo dos Oy e passa por um dos focos da elipse.

Uma condição que define a região sombreada incluindo o contorno é:

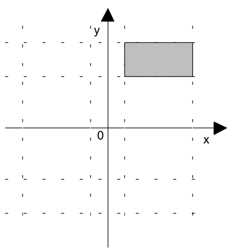
[E] $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}\le 1 \;\wedge\; y\le\frac{17}{2}$. **[F]** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}\le 1 \;\wedge\; x\le 5\sqrt{3}$.

[G] $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}\le 1 \;\wedge\; x\le 5\sqrt{3}$. **[H]** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}\le 1 \;\wedge\; x\le\frac{17}{2}$.

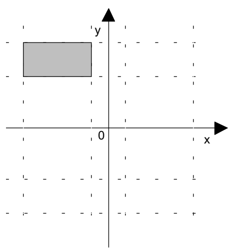
2. A condição $|x+3|\le 2 \;\wedge\; |y-4|\le 1$ está representada no referencial:



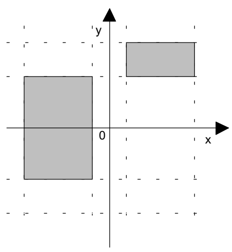
[E]



[F]

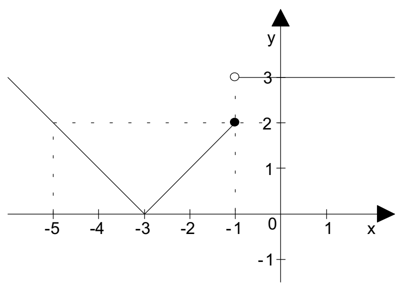


[G]



[H]

3. Se o gráfico da função *h* é o representado ao lado, então:



[E] $h(x)=\begin{cases}3 & \Leftarrow\; x>-1\\ |x+3| & \Leftarrow\; x\le -1\end{cases}$. **[F]** $D'_h = IR^+$.

[G] $h(x)=\begin{cases}3 & \Leftarrow\; x>-1\\ |x-3| & \Leftarrow\; x\le -1\end{cases}$. **[H]** *h* é uma função par.

4. Num referencial ortonormado, dados os pontos A (2, 3) e B (-4, 3) e o vector $\vec{u}=(-2,\ 1)$, então:

[E] A recta de equação $x=-1$ é a mediatriz do segmento de recta [AB].

[F] $\overrightarrow{AB}=A+\vec{u}$.

[G] A é simétrico de B em relação à recta de equação $y=-1$.

[H] $\vec{u}$ e $\overrightarrow{AB}$ são colineares.

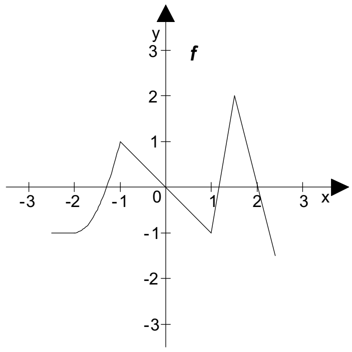
5. Se os gráficos das funções *f* e *g* são os representados ao lado, então:

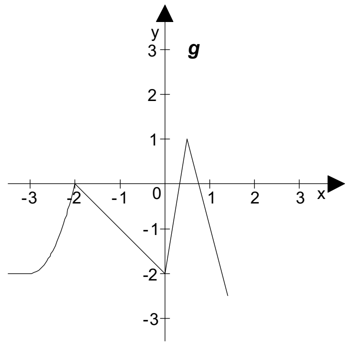
[E] $g(x) = f(x+1)+1$.

[F] $g(x) = f(x-1)-1$.

[G] $g(x) = f(x-1)+1$.

[H] $g(x) = f(x+1)-1$.



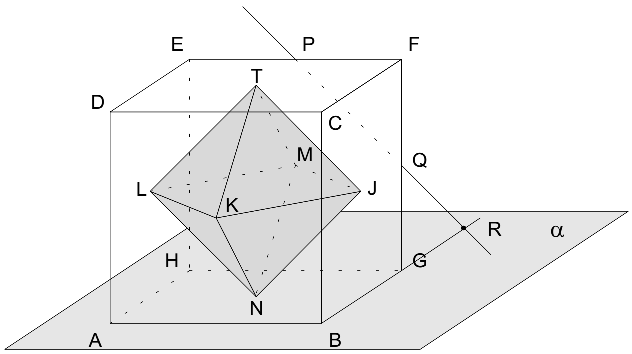


2.ª Parte

Nas questões seguintes, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e as justificações que entender necessárias

1. Na figura ao lado, considere o cubo [ABCDEFGH] assente no plano α.

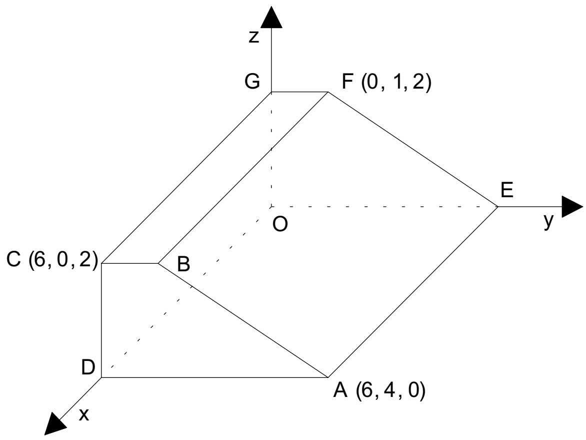
   - Os pontos T, J, K, L, M e N são centros das faces do cubo;
   - Os pontos P e Q são os pontos médios das arestas [EF] e [FG], respectivamente;
   - A aresta do cubo mede 4 cm.



a) Comente a afirmação seguinte:
«*O ponto R é a intersecção da recta PQ com o plano α.*»

b) Reproduza o cubo (apenas) na sua folha de respostas e desenhe a secção nele produzida pelo plano BHQ.
Determine um valor aproximado ao milímetro do perímetro da secção obtida.

c) Justifique que [TJKLMN] é um octaedro regular.
Determine a razão entre as áreas dos quadriláteros [CDEF] e [JKLM].



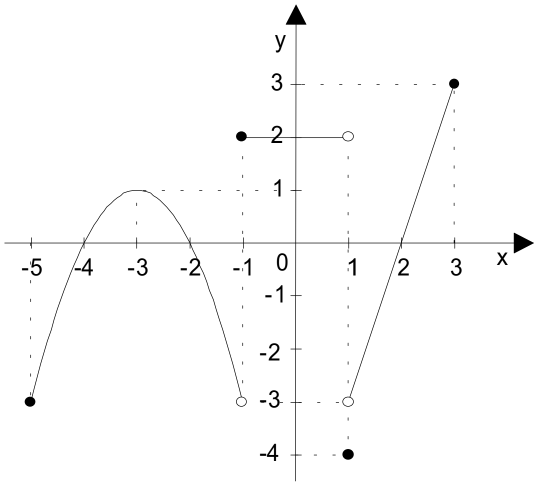
2. No referencial ortonormado Oxyz está representada uma cunha de madeira, obtida pelo corte feito por um plano paralelo a [CG] num paralelepípedo rectângulo.

a) Determine uma equação vectorial da recta AF e indique, justificando, as coordenadas do ponto de intersecção dessa recta com o plano coordenado yOz.

b) Defina analiticamente a esfera de diâmetro [FA].
Justifique que $\frac{49}{4}\pi$ é a medida da área da secção produzida nesta esfera pelo plano mediador do segmento de recta [CG].

c) Determine a norma do vector $\overrightarrow{AF} - 2\overrightarrow{BE}$.

3. Considere a função *f*, real de variável real, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado.



a) Indique o domínio, contradomínio e zeros da função *f*.
Identifique os extremos absolutos e um ponto de descontinuidade (caso existam).
Justificando, refira a injectividade ou a não injectividade da função *f*.

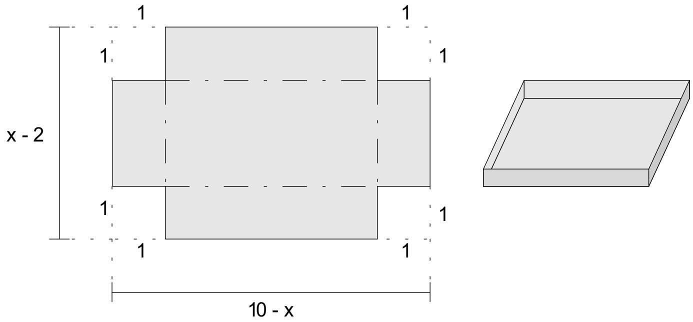
b) Indique o conjunto-solução da condição $f(x) > 0$.

c) Faça um quadro de variação (monotonia) da função *f*.

d) Defina a função *f* por troços.

e) Considere a função *h*, tal que $h(x) = |f(x)|$.
Descreva como esboçava o gráfico da função *h* e indique $h(-1)$ e $h(1)$.

4. Tem-se cartolina rectangular cujas dimensões, em *dm* e em função de *x*, estão assinaladas na figura ao lado.
Pretende-se construir (por dobragem) uma caixa sem tampa, cortando nos quatro cantos da cartolina um quadrado de lado 1 *dm*.



a) Mostre que o volume da caixa, em dm^3, é dado por $v(x) = -x^2 + 12x - 32$.

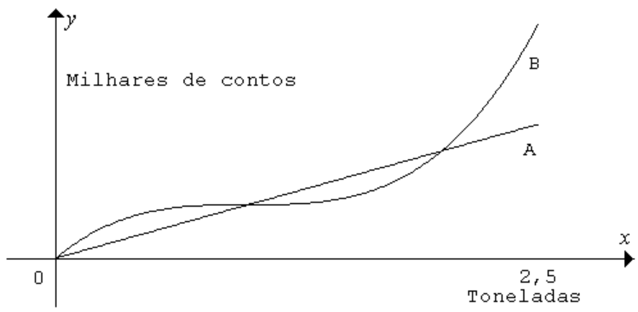
b) Depois de determinar os pontos de intersecção com o eixo Ox, o vértice e o eixo de simetria do gráfico de *v*, indique qual o máximo volume que se pode obter para a caixa e as correspondentes dimensões da cartolina.

5. Numa empresa, a capacidade máxima de produção mensal está limitada a 2,5 toneladas e a venda total da produção mensal está assegurada.

Sabe-se que o custo total de produção (*C*) e o preço de venda (*V*), em *milhares de contos*, são dados por:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 + 3x \quad \text{e} \quad V(x) = x ,$$

representando *x* o número de *toneladas*.



a) No referencial ao lado, os gráficos A e B são representativos das funções *C* e *V*.
Identifique-os, justificando.

b) Mostre que o lucro mensal é definido por:

$$L(x) = (V - C)(x) = x.(-x^2 + 3x - 2) .$$

Construa, em IR, uma tabela de sinal da função *L*.

Entre que valores deve ser mantida a produção mensal da empresa por forma a ser garantido lucro?

FIM

COTAÇÕES

1.ª Parte .... 50 pontos

Cada resposta certa .... +10 pontos

Cada resposta errada ....-10/3 pontos

Cada questão não respondida ou anulada........................ 0 pontos

Um total inferior a zero na 1.ª Parte vale 0 pontos.

		ERRADAS					
		0	1	2	3	4	5
C	0	0	0	0	0	0	0
E	1	10	7	3	0	0	
R	2	20	17	13	10		
T	3	30	27	23			
A	4	40	37				
S	5	50					

2.ª Parte .... 150 pontos

1. .... 32 pontos
   - a) 6
   - b) 15
   - c) 11

2. .... 43 pontos
   - a) 14
   - b) 16
   - c) 13

3. .... 38 pontos
   - a) 12
   - b) 5
   - c) 5
   - d) 10
   - e) 6

4. .... 20 pontos
   - a) 8
   - b) 12

5. .... 17 pontos
   - b) 3
   - c) 14

Total 200 pontos